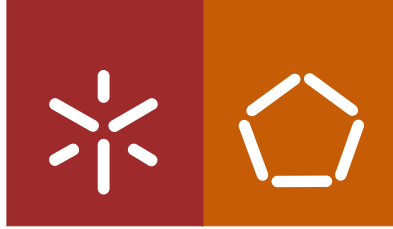


Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Jorge Filipe Sá Martins

**Optimização do Comportamento Dinâmico
de um Componente Estrutural de um Auto-
Rádio**



Universidade do Minho

Escola de Engenharia

Jorge Filipe Sá Martins

Optimização do Comportamento Dinâmico de um Componente Estrutural de um Auto- Rádio

Dissertação de Mestrado
Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Trabalho realizado sob a orientação do
Professor Doutor José Filipe Bizarro Meireles
e do
Engenheiro Victor José Martins Saraiva

Setembro de 2011

DECLARAÇÃO

Nome:

Jorge Filipe Sá Martins

Endereço electrónico: jorge.sa87@gmail.com

Telefone: +351 914449452

Número do Bilhete de Identidade: 13197024

Título da dissertação:

**Optimização do Comportamento Dinâmico
de um Componente Estrutural de um Auto-Rádio**

Ano de conclusão: 2011

Orientador:

Professor Doutor José Filipe Bizarro Meireles

Universidade do Minho

Co-Orientador

Engenheiro Victor José Martins Saraiva

Bosch Car Multimédia

Designação do Mestrado:

Ciclo de Estudos Integrados Conducentes ao

Grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Escola de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica

É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO INTEGRAL DESTA TESE/TRABALHO APENAS
PARA EFEITOS DE INVESTIGAÇÃO, MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO
INTERESSADO, QUE A TAL SE COMPROMETE

Universidade do Minho, ____/____/____

Assinatura: _____

AGRADECIMENTOS

O percurso de realização desta tese de mestrado, embora longo foi também ele muito enriquecedor, mas não teria sido possível sem o apoio e plena contribuição de um grupo de pessoas que me auxiliaram e estimularam durante o mesmo. Por todo o auxílio prestado quero apresentar algumas palavras de estima e os meus mais sinceros agradecimentos:

Ao Professor Doutor José Filipe Bizarro Meireles, Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho, co-orientador desta tese, pelo seu incansável apoio, orientação, alento, conhecimentos transmitidos e sistemático encorajamento.

Ao Engenheiro Vítor José Martins Saraiva, Engenheiro do Departamento de Desenvolvimento Mecânico da Bosch Car Multimédia, co-orientador da tese, pela oportunidade de laborar um trabalho de ordem científico junto da indústria mecânica e pela hospitalidade de me receber na Bosch Car Multimédia.

Ao Sr. Fernando Araújo, técnico do Laboratório de Ensaio de Materiais da Universidade do Minho, pela sua disponibilidade e preocupação em criar as melhores condições possíveis durante a obtenção dos ensaios necessários para este trabalho.

A todos os colaboradores da Bosch Car Multimédia, que me auxiliaram nos materiais e conhecimentos necessários envolvidos, destacando o Engenheiro Miguel Monteiro pelo apoio e ligação com a Bosch Car Multimédia.

À minha família, nomeadamente à minha mãe Emília Sá, à minha namorada Sara Linhares e à minha irmã Ana Sá, por toda a paciência que tiveram para comigo durante este percurso, pelo apoio inquestionável e pela força que me transmitiram, pois de outro modo não seria exequível este trabalho.

RESUMO

A presente dissertação tem como principal objectivo a “Optimização do comportamento dinâmico de um componente estrutural de um Auto-Rádio” através de uma metodologia desenvolvida anteriormente, “*updating*” (melhoramento) do comportamento dinâmico do componente. O componente estrutural é o painel traseiro de um Auto-Rádio, que tem como função fazer o suporte e ligação da consola à caixa de componentes. O seu comportamento dinâmico é caracterizado pelos modos de vibração e frequências naturais, procura-se melhorar a geometria da peça para aperfeiçoar o seu comportamento na aplicação em que está previsto e se possível reduzir o seu custo.

A ferramenta numérica de apoio para “*updating*” desenvolvida por Meireles em 2007, executa a optimização de um modelo numérico por minimização de uma função objectivo, de forma a melhorar o comportamento dinâmico de estruturas; esta técnica utiliza um modelo de referência e um modelo numérico do componente, por alterações de parâmetros definidos, que variam ao longo da optimização. Os parâmetros a variar estão relacionados com a geometria ou com o material do qual o componente estrutural é fabricado. O algoritmo utilizado recorre ao MAC (“*Modal Assurance Criterion*”) afectado do ASMAC (“*Alternated Modal Search Assurance Criteria*”), que estão interligados por uma função objectivo.

O desenvolvimento do trabalho implica a utilização de um programa de elementos finitos, ANSYS, onde se obtêm as características dinâmicas dos modelos envolvidos e do algoritmo para execução da optimização, desenvolvido para o efeito, em linguagem MATLAB. O algoritmo de optimização varia os parâmetros definidos no problema por iterações sucessivas interagindo com o programa de elementos finitos com o objectivo de se atingir uma solução melhor que a inicial.

ABSTRACT

The present dissertation has as main objective the "Optimization of dynamic behavior of a structural component of a car radio" through a methodology developed previously, updating the dynamic behavior of the component. The structural component is the back panel of a car radio, which function is to support and connect the console to the box components. The dynamic behavior is characterized by the mode shapes and natural frequencies, wich aims to improve the geometry of the piece to improve it's behavior in the application that is provided and if possible reduce their cost.

The numerical tool support for updating developed by Meireles in 2007, performs the optimization of a numerical model by minimizing an objective function, to improve the dynamic behavior of structures, this technique uses a reference model and a numerical model component, by changes of parameters defined, which vary along of the optimization. The parameters to vary are related to the geometry or the material from which the structural component is manufactured. The algorithm uses the MAC (Modal Assurance Criterion) affected the ASMAC (Search Alternated Modal Assurance Criteria) that are interconnected by an objective function.

The development of the work involves the use of a finite element program, ANSYS, where obtained the dynamic characteristics of the models involved and the algorithm to perform the optimization, developed for this purpose in MATLAB language. The optimization algorithm varies the parameters defined by successive iterations on the problem interacting with the finite element program with the aim of reaching a better solution than the original.

PALAVRAS-CHAVE

MELHORAMENTO DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

ANÁLISE MODAL

VIBRAÇÕES MECÂNICAS

ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS

OPTIMIZAÇÃO

CORRELAÇÃO ENTRE MODELOS NUMÉRICOS

CRITÉRIO DE GARANTIA MODAL (MAC)

PROCURA ALTERNADA DO CRITÉRIO DE GARANTIA MODAL (ASMAC)

KEYWORDS

FINITE ELEMENT MODEL UPDATING

MODAL ANALYSIS

MECHANICAL VIBRATIONS

STRUCTURAL DYNAMIC ANALYSIS

OPTIMIZATION

MODELS NUMERICS CORRELATION

MODAL ASSURANCE CRITERION (MAC)

ALTERNATED MODAL SEARCH ASSURANCE CRITERION

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	iii
RESUMO	v
ABSTRACT	vii
PALAVRAS-CHAVE	ix
KEYWORDS	xi
ÍNDICE.....	xiii
ÍNDICE DE FIGURAS	xvii
ÍNDICE DE TABELAS	xix
NOMENCLATURA	xxi
Matrizes e Vectores.....	xxi
Escalaes	xxii
Subscritos	xxiii
Sobrescritos	xxiv
Operadores.....	xxiv
Abreviaturas.....	xxv
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação.....	2
1.2 Revisão Bibliográfica	3
1.3 Objectivo do Trabalho e Estruturação da Tese	7
CAPÍTULO 2 – DINÂMICA DE ESTRUTURAS E VIBRAÇÕES.....	11
2.1 Introdução	11
2.2 Fundamentos Teóricos de Vibrações.....	12
2.3 Equação Diferencial do Movimento na Dinâmica de Estruturas	14
2.4 Análise Dinâmica sem Amortecimento	16
2.5 Método de Elementos Finitos para Análise Modal	20
2.6 Método para Extração de Valores e Vectores Próprios	25
2.7 Utilização do Programa ANSYS para Análise com Elementos Finitos	27
2.8 Sumário e Discussão.....	29

CAPÍTULO 3 – OPTIMIZAÇÃO	31
3.1 Introdução	31
3.2 Método de Optimização	32
3.2.1 Problemas de optimização constrangida.....	32
3.3 Modelo Numérico de Optimização.....	39
3.3.1 Estrutura do Ficheiro no Programa de Elementos finitos ANSYS.....	40
3.4 Programa de Optimização utilizado no MATLAB.....	45
3.4.1 Função Objectivo.....	46
3.4.2 Correlação entre Modelos	48
3.5 Programa para Optimização por Elementos Finitos	51
3.6 Sumário e Discussão.....	57
CAPÍTULO 4 – PROPRIEDADES QUE INFLUENCIAM A OPTIMIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	59
4.1 Introdução	59
4.2 Material do Componente Estrutural.....	59
4.3 Alterações ao modelo numérico inicial.....	66
4.4 Definição dos Nós de Aquisição de Dados	73
4.5 Definição da Nervura Aplicada no Modelo Numérico 7	76
4.6 Sumário e Discussão.....	78
CAPÍTULO 5 – OPTIMIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	79
5.1 Introdução	79
5.2 Modelo de Referência.....	79
5.3 Frequências Naturais e Modos de Vibração.....	81
5.4 Optimização do Modelo Numérico	85
5.5 Sumário e Discussão.....	97
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES	99
6.1 Conclusões	99
6.2 Propostas de Trabalhos Futuros.....	101
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103

PUBLIKAÇÕES	107
ANEXO I – ANÁLISE DA SENSIBILIDADE DA FUNÇÃO OBJECTIVO EM RELAÇÃO ÀS VARIÁVEIS	109
ANEXO II – PUBLIKAÇÕES	137

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1. 1— COMPONENTE ESTRUTURAL PARA OPTIMIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO.	7
FIGURA 2. 1— REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UM SISTEMA MASSA — MOLA COM AMORTECIMENTO.....	13
FIGURA 2. 2— REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UM SISTEMA MASSA — MOLA SEM AMORTECIMENTO.	13
FIGURA 2. 3 REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO SISTEMA MASSA - MOLA COM AMORTECIMENTO E APLICAÇÃO DE FORÇA ...	15
FIGURA 2. 4- REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UM ELEMENTO DE CASCA.	20
FIGURA 3. 1 — ESQUEMA DE FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA DE OPTIMIZAÇÃO E DO PROGRAMA DE CÁLCULO DE ELEMENTOS FINITOS, ANSYS [MEIRELES, 2007:99].	45
FIGURA 3. 2— ESQUEMA SIMPLIFICADO DE FUNCIONAMENTO DA FUNÇÃO <i>fmincon</i> [MEIRELES, 2007:103].....	46
FIGURA 3. 3— EXEMPLO DE UMA MATRIZ <i>MAC</i> TRADUZIDA POR CORES.	49
FIGURA 3. 4 — EXEMPLO DA MATRIZ COLUNA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS.....	51
FIGURA 3. 5— DIAGRAMA SE SEQUÊNCIAS DO PROGRAMA DESENVOLVIDO NO MATLAB.....	52
FIGURA 3. 6 — DIAGRAMA DE SEQUÊNCIA DE FUNÇÕES: A)CORRI9.M, B)ESCRI9.M E C) CALCON21A.....	53
FIGURA 3. 7 — DIAGRAMA DE SEQUÊNCIA DE FUNÇÕES: A)TRAREX2.M, B)ESCRIM.M E C)TRAREN3.M	54
FIGURA 3. 8 — DIAGRAMA DE SEQUÊNCIA DE FUNÇÕES: A)ALTFRQ3.M E B)NLCOUT6.M	55
FIGURA 3. 9 — DIAGRAMA DE SEQUÊNCIA DE FUNÇÕES: A)MACFUN6.M E B)PIMAC.M	56
FIGURA 4. 1 — PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO INICIAL.	67
FIGURA 4. 2 — SEGUNDO MODO DE VIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO INICIAL.	67
FIGURA 4. 3 — TERCEIRO MODO DE VIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO INICIAL.	67
FIGURA 4. 4 — QUARTO MODO DE VIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO INICIAL.	68
FIGURA 4. 5 — QUINTO MODO DE VIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO INICIAL	68
FIGURA 4. 6 — REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MODELO NUMÉRICO INICIAL DO COMPONENTE ESTRUTURAL.	69
FIGURA 4. 7 — REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MODELO NUMÉRICO 1, ALTERAÇÃO NO MODELO NUMÉRICO INICIAL.....	69
FIGURA 4. 8 — REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MODELO NUMÉRICO 2, ALTERAÇÃO NO MODELO NUMÉRICO 1.....	70
FIGURA 4. 9 — REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MODELO NUMÉRICO 3, ALTERAÇÃO NO MODELO NUMÉRICO INICIAL.....	70
FIGURA 4. 10 — REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MODELO NUMÉRICO 4, ALTERAÇÃO NO MODELO NUMÉRICO 3.....	71
FIGURA 4. 11 — REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MODELO NUMÉRICO 5, ALTERAÇÃO NO MODELO NUMÉRICO 4.....	71
FIGURA 4. 12 — REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MODELO NUMÉRICO 6, ALTERAÇÃO NO MODELO NUMÉRICO INICIAL.....	72
FIGURA 4. 13 — REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MODELO NUMÉRICO 7, ALTERAÇÃO NO MODELO NUMÉRICO 5.....	72
FIGURA 4. 14 — ESCOLHA DOS PONTOS GEOMÉTRICOS.....	74
FIGURA 4. 15 — TERCEIRA NERVURA CRIADA NOS MODELOS NUMÉRICOS INICIAL E 5.....	76
FIGURA 4. 16 — PARÂMETROS VARIÁVEIS DO COMPRIMENTO DA NERVURA.....	77
FIGURA 5. 1 — PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO 3.....	82
FIGURA 5. 2 — SEGUNDO MODO DE VIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO 4.....	83
FIGURA 5. 3 — TERCEIRO MODO DE VIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO 6.	83
FIGURA 5. 4 — QUARTO MODO DE VIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO 5.	84
FIGURA 5. 5 — QUARTO MODO DE VIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO 7, REFERENTE AO QUINTO MODO DE VIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO INICIAL.	84
FIGURA 5. 6 — REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MATRIZ: A) <i>MAC</i> AFECTADO PELO <i>ASMAC</i> E B) FREQUÊNCIAS NATURAIS; PARA O MODELO NUMÉRICO INICIAL.	88
FIGURA 5. 7 — REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MATRIZ: A) <i>MAC</i> AFECTADO PELO <i>ASMAC</i> E B) FREQUÊNCIAS NATURAIS; PARA O MODELO NUMÉRICO 1.	89

FIGURA 5. 8 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MATRIZ: A) MAC AFECTADO PELO ASMAC E B) FREQUÊNCIAS NATURAIS; PARA O MODELO NUMÉRICO 2.	89
FIGURA 5. 9 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MATRIZ: A) MAC AFECTADO PELO ASMAC E B) FREQUÊNCIAS NATURAIS; PARA O MODELO NUMÉRICO 3.	90
FIGURA 5. 10 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MATRIZ: A) MAC AFECTADO PELO ASMAC E B) FREQUÊNCIAS NATURAIS; PARA O MODELO NUMÉRICO 4.	90
FIGURA 5. 11 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MATRIZ: A) MAC AFECTADO PELO ASMAC E B) FREQUÊNCIAS NATURAIS; PARA O MODELO NUMÉRICO 5.	91
FIGURA 5. 12 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MATRIZ: A) MAC AFECTADO PELO ASMAC E B) FREQUÊNCIAS NATURAIS; PARA O MODELO NUMÉRICO 6.	91
FIGURA 5. 13 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MATRIZ: A) MAC AFECTADO PELO ASMAC E B) FREQUÊNCIAS NATURAIS; PARA O MODELO NUMÉRICO 7.	92
FIGURA 5. 14 – PARÂMETROS VARIÁVEIS APLICADOS AO COMPRIMENTO DA NERVURA.	93
FIGURA 5. 15 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MATRIZ: A) MAC AFECTADO PELO ASMAC E B) FREQUÊNCIAS NATURAIS; PARA O MODELO NUMÉRICO V7.1.	95
FIGURA 5. 16 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MATRIZ: A) MAC AFECTADO PELO ASMAC E B) FREQUÊNCIAS NATURAIS; PARA O MODELO NUMÉRICO V7.2.	95

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 3. 1 – EXEMPLO DA MATRIZ DE RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DO ANSYS.	44
TABELA 3. 2 – EXEMPLO DE UMA MATRIZ MAC.	49
TABELA 3. 3 – EXEMPLO DA APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DA ASMAC UTILIZANDO 18 MODOS DE VIBRAÇÃO.	51
TABELA 3. 4 – PARÂMETROS A VARIAR E RESPECTIVA DESIGNAÇÃO.	54
TABELA 4. 1 – DADOS DAS DEFORMAÇÕES OBTIDOS POR EXTENSOMETRIA.	64
TABELA 4. 2 – PESAGENS DE UMA AMOSTRA DE MATERIAL.	64
TABELA 4. 3 – DIMENSÕES DA AMOSTRA DE MATERIAL.	64
TABELA 4. 4 – COMPOSIÇÃO QUÍMICA DO MATERIAL.	65
TABELA 4. 5 – FREQUÊNCIAS NATURAIS DO MODELO NUMÉRICO INICIAL.	66
TABELA 4. 6 – COMPARAÇÃO ENTRE FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DIVERSOS MODELOS NUMÉRICOS.	73
TABELA 4. 7 – VALORES MÉDIOS DA DEFORMAÇÃO PARA CADA MODO DE VIBRAÇÃO PARA AS RESPECTIVAS FREQUÊNCIAS NATURAIS.	75
TABELA 4. 8 – COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS ENTRE OS MODELOS NUMÉRICOS INICIAL, 6 E 7.	76
TABELA 5. 1 – DADOS DO MODELO DE REFERÊNCIA	80
TABELA 5. 2 – NOVOS VALORES PARA AS FREQUÊNCIAS NATURAIS DO MODELO DE REFERÊNCIA.	80
TABELA 5. 3 – COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS OS MODELOS NUMÉRICOS APRESENTADOS.	82
TABELA 5. 4 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA OPTIMIZAÇÃO NOS MODELOS NUMÉRICOS VARIANDO A ESPESSURA.	86
TABELA 5. 5 – PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DA NERVURA A VARIAR.	93
TABELA 5. 6 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DE OPTIMIZAÇÃO.	94
TABELA 5. 7 – VALORES PARA O COMPRIMENTO MÁXIMO DA NERVURA.	96
TABELA 5. 8 – RESULTADOS DAS ANÁLISES MODAIS EFECTUADAS NO ANSYS.	96
TABELA A1. 1 – RESULTADOS DA CORRELAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO INICIAL E O MODELO DE REFERÊNCIA, MATRIZ MAC AFECTADA PELO ASMAC.	109
TABELA A1. 2 – VALORES DA FUNÇÃO MAC AFECTADA PELO ASMAC EM FUNÇÃO DOS VALORES ATRIBUÍDOS À VARIÁVEL ESPESSURA, APLICADOS PELO OPTIMIZADOR AO MODELO NUMÉRICO INICIAL.	110
TABELA A1. 3 – RESULTADOS DA CORRELAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO 1 E O MODELO DE REFERÊNCIA, MATRIZ MAC AFECTADA PELO ASMAC.	112
TABELA A1. 4 – VALORES DA FUNÇÃO MAC AFECTADA PELO ASMAC EM FUNÇÃO DOS VALORES ATRIBUÍDOS À VARIÁVEL ESPESSURA, APLICADOS PELO OPTIMIZADOR AO MODELO NUMÉRICO 1.	113
TABELA A1. 5 – RESULTADOS DA CORRELAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO 2 E O MODELO DE REFERÊNCIA, MATRIZ MAC AFECTADA PELO ASMAC.	115
TABELA A1. 6 – VALORES DA FUNÇÃO MAC AFECTADA PELO ASMAC EM FUNÇÃO DOS VALORES ATRIBUÍDOS À VARIÁVEL ESPESSURA, APLICADOS PELO OPTIMIZADOR AO MODELO NUMÉRICO 2.	115
TABELA A1. 7 – RESULTADOS DA CORRELAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO 3 E O MODELO DE REFERÊNCIA, MATRIZ MAC AFECTADA PELO ASMAC.	118
TABELA A1. 8 – VALORES DA FUNÇÃO MAC AFECTADA PELO ASMAC EM FUNÇÃO DOS VALORES ATRIBUÍDOS À VARIÁVEL ESPESSURA, APLICADOS PELO OPTIMIZADOR AO MODELO NUMÉRICO 3.	118
TABELA A1. 9 – RESULTADOS DA CORRELAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO 4 E O MODELO DE REFERÊNCIA, MATRIZ MAC AFECTADA PELO ASMAC.	120

TABELA A1. 10 – VALORES DA FUNÇÃO MAC AFECTADA PELO ASMAC EM FUNÇÃO DOS VALORES ATRIBUÍDOS À VARIÁVEL ESPESSURA, APLICADOS PELO OPTIMIZADOR AO MODELO NUMÉRICO 4.	121
TABELA A1. 11 - RESULTADOS DA CORRELAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO 5 E O MODELO DE REFERÊNCIA, MATRIZ MAC AFECTADA PELO ASMAC.	123
TABELA A1. 12 – VALORES DA FUNÇÃO MAC AFECTADA PELO ASMAC EM FUNÇÃO DOS VALORES ATRIBUÍDOS À VARIÁVEL ESPESSURA, APLICADOS PELO OPTIMIZADOR AO MODELO NUMÉRICO 5.	123
TABELA A1. 13 - RESULTADOS DA CORRELAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO 6 E O MODELO DE REFERÊNCIA, MATRIZ MAC AFECTADA PELO ASMAC.	126
TABELA A1. 14 – VALORES DA FUNÇÃO MAC AFECTADA PELO ASMAC EM FUNÇÃO DOS VALORES ATRIBUÍDOS À VARIÁVEL ESPESSURA, APLICADOS PELO OPTIMIZADOR AO MODELO NUMÉRICO 6.	126
TABELA A1. 15 - RESULTADOS DA CORRELAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO 7 E O MODELO DE REFERÊNCIA, MATRIZ MAC AFECTADA PELO ASMAC.	128
TABELA A1. 16 – VALORES DA FUNÇÃO MAC AFECTADA PELO ASMAC EM FUNÇÃO DOS VALORES ATRIBUÍDOS À VARIÁVEL ESPESSURA, APLICADOS PELO OPTIMIZADOR AO MODELO NUMÉRICO 7.	129
TABELA A1. 17 - RESULTADOS DA CORRELAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO V7.1 E O MODELO DE REFERÊNCIA, MATRIZ MAC AFECTADA PELO ASMAC.	131
TABELA A1. 18 – VALORES DA FUNÇÃO MAC AFECTADA PELO ASMAC EM FUNÇÃO DOS VALORES ATRIBUÍDOS À VARIÁVEL ESPESSURA E AOS COMPRIMENTOS LG E LGA, APLICADOS PELO OPTIMIZADOR AO MODELO NUMÉRICO V7.1.	132
TABELA A1. 19 - RESULTADOS DA CORRELAÇÃO ENTRE O MODELO NUMÉRICO V7.2 E O MODELO DE REFERÊNCIA, MATRIZ MAC AFECTADA PELO ASMAC.	134
TABELA A1. 20 – VALORES DA FUNÇÃO MAC AFECTADA PELO ASMAC EM FUNÇÃO DOS VALORES ATRIBUÍDOS À VARIÁVEL ESPESSURA E AOS COMPRIMENTOS LG E LGA, APLICADOS PELO OPTIMIZADOR AO MODELO NUMÉRICO V7.2.	135

NOMENCLATURA

Matrizes e Vectores

Símbolo	Unidades	Descrição
β		Funções de base ou funções de forma arbitradas.
Λ		Diagonal da matriz com os quadrados das frequências naturais.
λ		Valores próprios do quadrado das frequências naturais.
φ		Vectores próprios dos modos de vibração.
Φ		Matriz do modo de vibração.
A		Matriz dos deslocamentos modais.
a		Vector constante.
C	Ns/m	Matriz de amortecimento de um sistema.
C^*		Matriz coluna dos deslocamentos nodais.
D		Matriz elasticidade do elemento.
d		Vector direcção de procura durante cada iteração.
E		Matriz das coordenadas do elemento e .
$f(t)$		Vector de forças externas.
$f(x)$		Função objectivo.
$g(x), h(x)$		Funções de constrangimento.
H		Matriz Hessiana.
I		Matriz identidade.
k		Vector multiplicador.
K		Matriz de rigidez de um sistema.
$L(x, v)$		Função Lagrangeana.
L		Matriz do operador diferencial.
M	kg	Matriz de massa de um sistema.
Q		Vector de parâmetros.
u		Vector de deslocamento.

\mathbf{v}		Vector multiplicador de Lagrange.
\mathbf{x}^*		Vector de parâmetros do problema.
\mathbf{x}_c		Solução complementar homogênea.
\mathbf{x}_p		Solução particular.
$\mathbf{x}(\mathbf{t})$		Resposta dinâmica do sistema (Deslocamentos).
$\mathbf{x}(\omega)$		Vector amplitude do movimento. Modos de Vibração.
\mathbf{x}		Vector posição do sistema.
$\dot{\mathbf{x}}$		Vector velocidade do sistema.
$\ddot{\mathbf{x}}$		Vector aceleração do sistema.
\mathbf{y}	m	Vector da amplitude modal do modo de vibração.

Escalares

Símbolo	Unidades	Descrição
α		Parâmetro generalizado.
β		Factor de incremento.
ϵ		Deformação.
ν		Coeficiente de Poisson.
ρ	kg/m^3	Massa volúmica.
σ	N/m^2	Tensão normal.
ϕ	rad	Ângulo de fase.
ω	rad/s	Frequência natural do sistema.
a	rad, m	Amplitude de movimento.
C		Amortecimento modal da estrutura.
C_1, C_2, C_3		Constante de integração.
d		Deslocamentos modais.
E		Módulo de elasticidade ou de Young.
Esp		Espessura.
f	Hz	Frequência de vibração.
k		Rigidez modal da estrutura.

l_1, l_2, l_3	m	Dimensões do elemento (largura, comprimento, espessura).
m	kg	Massa modal da estrutura.
N		Número de modos de vibração.
N^*		Número de Funções de forma.
N_p		Número de pontos nodais.
T	s	Período de tempo ou instante de tempo.
u	m	Deslocamento exacto.
u^*		Deslocamento estimado.
ϑ		Constante escalar.
V		Volume.

Subscritos

Símbolo	Descrição
1,2	Relativo a numeração de constantes.
c	Relativo a solução complementar homogénea.
d	Relativo a direcção.
I, J, K e L	Representam pontos de um elemento finito.
i	Relativo a limite inferior.
j	Relativo ao j th do valor e vector próprio.
k	Relativo ao modo de vibração k .
min	Relativo a mínimo.
n	Relativo ao caso n .
s	Relativo a limite superior.
p	Relativo a pontos nodais.
z,y,z	Coordenadas cartesianas.

Sobrescritos

Símbolo	Descrição
e	Cada elemento finito.

Operadores

Símbolo	Descrição
$(\)^T$	Matriz ou vector transposto.
$(\ ')$	Derivada de primeira ordem.
$(\ '')$	Derivada de segunda ordem.
$(+)$	Soma.
$(-)$	Subtracção.
(\times)	Produto externo.
$(/)$	Divisor.
∇	Gradiente.
Δ	Derivada.
(∂)	Derivada parcial.
(\int)	Integral.
dV	Elemento de volume.
dx	Elemento de espessura.
dy	Elemento de comprimento.
dz	Elemento de largura.
$(\sqrt{\ })$	Raiz quadrada.
$(\ \ \)$	Valor em módulo.
$(\sum \)$	Somatório.

Abreviaturas

Símbolo	Descrição
ANSYS	Código comercial de FEM desenvolvido por ANSYS, INC.
ASMAC	Alternated Modal Search Assurance Criterion.
AutoCAD	Código comercial de CAD (computer aided design) desenvolvido por Autodesk.
CATIA	Multi-plataforma CAD/CAM/CAE (Integrated Design and Engineering Analysis Software) desenvolvido por Dassault Systems
CD	Compact-Disc
COMAC	Coordinate MAC.
COSMOS	Código comercial de FEM desenvolvido por SolidWorks Corporation.
CYPE	Código comercial de FEM desenvolvido por CYPE ingenieros S.A.
DMU	Método de melhoramento directo da matrix (Direct Matrix Updating Method).
DOF	Grau de Liberdade (Degree Of Freedom).
ECM	Eigendynamic Constraint Method.
EMM	Método da matriz erro (Error Matrix Method).
FEM	Método de elementos finitos (Finite Element Method).
FMAC	Frequency-Scales MAC.
FRF	Função de resposta em frequência (Frequency Responde Fuction).
HBI	Householder-Bisection-Inverse Iteration.
IDEAS	Código comercial de CAD/CAM/CAE (Integrated Design and Engineering Analysis Software) desenvolvido por SDRCorporation.
Inventor	Código comercial de CAD 3D (Computer Aided Design Three-Dimensional) desenvolvido por Autodesk.
IES	Inverse Eigensensitivity Methods.
IMAC	Improved MAC.
IRF	Função de resposta em impulso (Impulse Response Fuction)
KKT	Karush-Kuhn-Tucker.
LS-DYNA	Código comercial de FEM desenvolvido por Livermore Software Technology Corp.
MAC	Modal Assurance Criterion.

MATLAB	Código de cálculo matricial derivado de MATrix LABoratory.
MHS	Movimento Harmónico Simples.
MSF	Factor de ponderação modal (Modal Scale Factor).
NCO	Método da ortogonalidade transversal normalizada (Normalised Cross Orthogonality).
NX Unigraphics	Código comercial de CAD/CAM/CAE (Integrated Design and Engineering Analysis Software) desenvolvido por Siemens PLM Software.
Pro-Engineer	Código comercial de CAD/CAM/CAE (Integrated Design and Engineering Analysis Software) desenvolvido por Parametric Technology Corporation.
PLS	Programação Linear Sequencial.
PRESP	Parâmetro espessura.
PRFRQ	Número de frequências naturais.
PRLG	Parâmetro do comprimento da nervura no sentido negativo do eixo XX.
PRLGA	Parâmetro do comprimento da nervura no sentido positivo do eixo XX.
PRM	Número de modos de vibração.
PQ	Programação Quadrática.
PSQ	Programação Sequencial Quadrática.
RFM	Métodos de função de resposta (Response Function Methods).
SCO	SEREP-Cross-Orthogonality.
SEREP	Método da redução do sistema equivalente e processo de expansão (System Equivalent Reduction and Expantion Process).
Solidworks	Código comercial de CAD 3D (Computer Aided Design Three-Dimensional) desenvolvido por SolidWorks Corporation.

CAPITULO 1 – INTRODUÇÃO

No mundo da engenharia para o desenvolvimento de qualquer produto é necessário dispor de tempo e valores até que esteja pronto para ser produzido e colocado no mercado ou utilizado para o objectivo com que foi produzido. Uma das fases do desenvolvimento do produto é aprovar a sua viabilidade, construindo-se modelos do produto, físicos (protótipos) e numéricos, com o objectivo de avaliar a capacidade do modelo, fazendo com que seja possível determinar as suas características, sejam elas positivas ou negativas, podendo assim obter-se uma conclusão prévia do produto antes da sua produção em massa, e corrigir possíveis erros ou introduzir melhoramentos durante o seu desenvolvimento, permitindo assim reduzir tempo e custos no melhoramento do produto acabado.

Actualmente, os modelos numéricos são bastante utilizados previamente em relação aos modelos físicos sendo necessário para a sua produção recorrer a equipamentos e programas, ferramentas estas que vão sendo desenvolvidos com as necessidades dos projectos.

A engenharia dos dias de hoje não dispensa a produção de modelos numéricos, modelos estes que são utilizados para aplicação de métodos numéricos; de entre os quais o mais conhecido e utilizado na engenharia é o método de elementos finitos, FEM. Este tipo de método permite definir e analisar estruturas, das mais simples às mais complexas, tais como componentes de máquinas, máquinas-ferramenta, edifícios, pontes, automóveis, aviões, etc. A utilização do método de elementos finitos demonstra as fragilidades para estruturas mais complexas, particularmente o tempo despendido para os estudos e o recurso a equipamentos muito dispendioso, utilizado para processar os cálculos. O método de elementos finitos permite realizar análises estáticas e/ou dinâmicas, de forma a caracterizar o modelo numérico em estudo. As análises e simulações dinâmicas permitem determinar como a estrutura responde às condições colocadas pelo carregamento dinâmico aplicado. Assim pode-se determinar quais os parâmetros estruturais que influenciam a resposta dinâmica da estrutura, permitindo a alteração e melhoramento do modelo numérico (Meireles, 2007:2).

Com este trabalho pretende-se otimizar o comportamento dinâmico de um componente estrutural de um auto-rádio, utilizando uma metodologia de melhoramento de elementos finitos desenvolvida.

1.1 Motivação

A Engenharia de Concepção no desenvolvimento de produtos tem uma elevada preocupação com a rápida obtenção de resultados, principalmente nos casos de produção em massa onde também se procuram baixos custos. Nestas circunstâncias é necessário avançar determinados passos de um projecto recorrendo ao uso de métodos de simulação numérica. A engenharia mecânica é solicitada pelo mercado para o desenvolvimento de componentes e estruturas respondendo de uma forma rápida, onde o desenvolvimento estrutural actual passa quase a 100% por uma modelação numérica, deixando para segundo plano os métodos mais tradicionais, como a prototipagem física. A modelação numérica tem um peso muito elevado no desenvolvimento de produtos, permitindo correcções ao projecto, por exemplo, ao nível da geometria ou do cálculo facilitando o desenvolvimento em termos de custos e tempo. Para a modelação numérica, quando apenas se pretende a projecção geométrica existem muitos e variados programas comerciais, tais como: AutoCAD, Inventor, I-DEAS, NX Unigraphics, Solidworks, etc. Porém, quando a modelação numérica necessita de recorrer ao cálculo de propriedades específicas, há a necessidade de usar outros programas mais adequados, como: ANSYS, CATIA, COSMOS, CYPE, LS-DYNA, Pro-Engineer, etc... existentes no mercado.

No entanto, os métodos numéricos aplicados ao desenvolvimento de produtos com elevado grau de complexidade são demorados e susceptíveis de erros impossibilitando uma resposta atempada às necessidades de mercado. A acrescentar a estas circunstâncias, os projectistas por computador têm a necessidade de otimizar cada vez mais as estruturas no sentido de obter cada vez melhores estruturas tanto do ponto de vista estático como dinâmico. Contudo, os programas disponíveis comercialmente estão pouco desenvolvidos nesta matéria, justificando-se, assim, a conjugação de ferramentas numéricas de análise estrutural com as ferramentas de optimização, trabalho que ainda está em desenvolvimento [Meireles, 2007:3]

Na análise da dinâmica estrutural a massa, a rigidez, o amortecimento, as frequências naturais, os modos de vibração são algumas das propriedades a destacar na caracterização.

No desenvolvimento de um projecto após o protótipo terminado, não se pode dizer que o projecto está concluído, é necessário ter em atenção se se pode fazer algo mais, aplicando melhoramentos ao projecto de forma a rentabilizar ainda mais aquilo até então conseguido. É nesta fase do projecto que a optimização tem mais significado, pretendendo-se extrair o máximo ou o mínimo de cada característica do projecto, tendendo a que o resultado seja o mais próximo dos limites impostos, sempre com a finalidade de satisfazer o mercado com eficiência, com produtos manufacturados de forma rápida, barata e com a melhor qualidade possível.

No trabalho aqui apresentado pretende-se optimizar o comportamento dinâmico de um componente estrutural de um auto-rádio a partir das propriedades mecânicas, determinadas com recurso ao uso de ferramentas numéricas, optimizando o componente com auxílio de um algoritmo de optimização aplicado à modelação numérica.

1.2 Revisão Bibliográfica

O estudo do comportamento dinâmico de um componente tem um papel importante no seu projecto estrutural. A sua caracterização dinâmica permite obter dados para promover alterações funcionais do seu comportamento de forma a obter uma melhor resposta quando solicitado. O melhoramento de componentes do ponto de vista do seu comportamento dinâmico estrutural, apresentado neste trabalho, processa-se utilizando métodos aplicados aos modelos de elementos finitos, criados a partir de modelação numérica. Este melhoramento é vulgarmente denominado de *finite element model updating*. A utilização de programas de modelação numérica facilita o uso deste tipo de metodologias para melhoramento, pois o componente quando projectado em modelação numérica permite determinar as características do comportamento dinâmico com recurso ao cálculo numérico, obtendo-se resultados mais representativos dos reais. Os modos de vibração e frequências naturais que caracterizam o comportamento dinâmico de cada componente ou estrutura são dados importantes para a realização de melhoramentos estruturais nos respectivos modelos numéricos. É com base nas

frequências naturais, modos de vibração, massa, rigidez e amortecimentos característicos que o modelo é analisado, testado e implementado.

As características dinâmicas são parâmetros obtidos por análise dinâmica em modelos de elementos finitos calculados, recorrendo a modelos matemáticos especialmente desenvolvidos para o efeito. Depois aplica-se a análise modal baseada na resposta das vibrações, quando o componente está sujeito a cargas ou excitações externas [He e Fu, 2001:2]. Os métodos de análise modal são baseados nas funções de resposta em frequência (FRFs) ou funções de resposta em impulso (IRFs) [Piersol e Paez, 2010:21.1], que são identificados por métodos directos ou indirectos.

O melhoramento ou *updating* de modelos de elementos finitos é um método que visa a optimização do comportamento dinâmico de modelos numéricos, através da minimização de uma função objectivo desenvolvida especificamente para esse fim. Recorre-se a metodologias e algoritmos que permitem o melhoramento de modelos de elementos finitos fundamentados em dois tipos diferentes de métodos, os directos e os indirectos. Os métodos directos aplicam o melhoramento nas matrizes características do modelo em estudo, provenientes da comparação com o modelo de referência. Estes métodos dão resultados rigorosos quando existe a possibilidade de identificar completamente os parâmetros específicos, facilitando e simplificando este tipo de análise, considerando-se representativos. Na literatura encontram-se diversos métodos directos desenvolvidos para melhoramento dinâmico de estruturas, tais como: o método de melhoramento directo da matriz (Direct Matrix Updating Method (DMU)) [Caesar e Peter, 1987:1494-1499]), o método da matriz erro (Error Matrix Method (EMM)) [He, 1987:16], baseados fundamentalmente no multiplicador de Lagrange [Kabé, 1987: 1431-1436] e os métodos Quasi-Newton [Smith e Beatti, 1991: 119-126].

Os métodos indirectos são métodos iterativos e a aplicação ao melhoramento processa-se por alteração dos parâmetros característicos de projecto, como os de geometria ou do material no modelo de elementos finitos. Estes parâmetros são determinados por comparação entre os resultados das iterações do modelo numérico em estudo e os resultantes do modelo de referência. Estes métodos apresentam um grau de complexidade mais elevado, obrigando a uma exigência computacional maior, tornando-se mais demorados. A base dos métodos indirectos está ligada à correlação obtida por uma função de penalidade relacionando os modos de vibração e frequências

naturais e os vectores e valores próprios [Meireles, 2007:12], proposta por Collins (1974:185-190). O método é muito usado derivado da sua disponibilidade para escolher os parâmetros que se pretendem alterar para provocar o melhoramento. Baseado no método criado por Collins, surgiram muitos outros métodos relacionados com problemas de melhoramento de modelos numéricos, sendo um tema muito investigado nas últimas décadas, surgindo métodos como por exemplo: Chen e Garba (1980:684-690) que usaram um método onde as matrizes são actualizadas para resolver o problema sem recorrer aos valores próprios, evitando a sensibilidade desses dados nas sucessivas iterações. Friswell e Mottershead (1995) compararam diversos métodos indirectos de melhoramento para modelos de elementos finitos processados através da matriz de correlação, calculada com valores obtidos pelos parâmetros envolvidos em cada iteração do modelo em estudo e do modelo de referência, em que são aplicadas sucessivas iterações até se obter o mínimo de variância dos parâmetros. Lin et al. (1995:192-198) apresentaram um método por avaliação de coeficiente de sensibilidade, partindo de valores modais analíticos e experimentais, resultando o melhoramento por convergência de valores.

Os métodos de função de resposta (Response Function Methods (RFM)), optimizam uma função de penalidade aplicando os valores da Função de Resposta em Frequência (FRF) calculados no modelo numérico, estes métodos usam a minimização de funções de erros, onde são definidas equações de aproximação baseadas nas equações de movimento a minimizar. Levin e Lieven (1998: 91-120), Zimmernam e Hasselman (1999: 609-625) aplicaram algoritmos genéticos para melhoramento de modelos. Métodos de melhoramento de modelos de elementos finitos a partir de optimização não linear não constrangida foram proposto por Modak (2000: 543-551). Ewins (2000: 456-458) aplica factores de correcção às matrizes massa e rigidez nos elementos individuais, calculados previamente para modificar o elemento, método conhecido como *Eigendynamic Constraint Method* (ECM) onde utiliza todos os modos de vibração, o que o torna complexo quando usado para comparação com um modelo experimental. Ewins propôs também o método *Inverse Eigensensitivity Methods* (IES) que utiliza a inversa da matriz de sensibilidade dos valores e vectores, baseando-se nas diferenças entre as propriedades modais calculadas e as de referências. Wu e Li (2006: 231-239) propuseram um procedimento para melhoramento de uma estrutura de aço; o procedimento é feito em duas etapas, na primeira analisa os parâmetros pela

sensibilidade dos vectores próprios e na segunda detecta os erros da estrutura por procedimentos de erros padrão e por comparação com os dados experimentais melhora o problema com uma ferramenta específica. O melhoramento do modelo de elementos finitos (Finite Element Model Updating) proposto por Zivanovic et al. (2007: 126-145) onde o processo de melhoramento é constituído inicialmente por três fases: modelação por elementos finitos, testes modais e alteração manual dos parâmetros, a fase final do processo é o melhoramento automático feito por um programa específico, denominado de `FEMTools`, onde este baseado no algoritmo de Bayesian minimiza uma função erro. Liu et al. (2008: 305-311) propuseram um método de optimização estrutural evolutiva, com aplicação de algoritmos genéticos, onde cada elemento finito é tratado de forma individual para extrair a sua capacidade estrutural relacionada com a amplitude da sensibilidade. Jaishi et al. (2007: 2295-2317) e Christodoulou et al. (2008: 138-149) propuseram um procedimento de optimização por multi-objectivo, onde o método é elaborado a partir de duas funções objectivo do problema, até atingir o valor óptimo nas duas funções. Zhang e Ding (2008: 406-415) apresentaram um projecto de optimização para a resposta dinâmica de uma estrutura aplicado com um conjunto de parâmetros incertos, dispondo de uma informação muito ampla; Ren e Chen (2010: 2455-2465) criaram um modelo de melhoramento para estruturas, onde utilizam uma função objectivo formada por dois termos, um analítico e outro medido a nível experimental, das frequências naturais, em que a optimização é executada por meio de computação.

A correlação calculada nos métodos de melhoramento utilizando os modos de vibração de dois modelos, pode ser obtida por diferentes critérios, tais como: MSF (Modal Scale Factor), NCO (Normalised Cross Orthogonality), SEREP (System Equivalent Reduction and Expansion Process), SCO (SEREP-Cross-Orthogonality), IMAC (Improved MAC), FMAC (Frequency-Scales MAC) e o COMAC (Coordinate MAC) [Meireles, 2007:71]. Apesar da existência de tantos critérios o mais conhecido e usado é o MAC (Modal Assurance Criterion) [Allemang e Brown, 1982:110-116]. O ASMAC (Alternated Search Modal Assurance Criteria) desenvolvido por Meireles (2007:73) quantifica a qualidade do emparelhamento das frequências naturais com os modos de vibração provenientes dos resultados dos dois modelos.

1.3 Objectivo do Trabalho e Estruturação da Tese

Neste trabalho, o objectivo principal é a optimização do comportamento dinâmico de um componente como elemento estrutural, tendo com objectivo secundário a redução da sua massa. Este processo de melhoramento será efectuado com recurso a um algoritmo específico, devolvido por Meireles (2007), baseado nos métodos indirectos para melhoramento de modelos de elementos finitos, aplicando o MAC, afectado pelo ASMAC, aos modos de vibração e às frequências naturais, como pares inseparáveis, entre o modelo numérico que se pretende melhorar e o modelo de referência. A extracção dos vectores e valores próprios é feita a partir dos modelos numéricos recorrendo ao programa ANSYS e utilizando o método de sub-espacos. O melhoramento é conseguido pela função de optimização *fmincon* da biblioteca do MATLAB, em que procura o mínimo da função objectivo não linear não constrangida fazendo variar parâmetros característicos do modelo numérico. Esta função de optimização utiliza o método da programação sequencial quadrática (PQS).

O componente estrutural do auto-rádio a estudar é a *Back Plate*, Figura 1.1. Este componente suporta o painel frontal, *Blenda* (consola) do auto-rádio e a *Box* (caixa de protecção dos componentes mecânicos e electrónicos do auto-rádio) por aparafusamento, o estudo do comportamento dinâmico do componente estrutural será efectuado com o recurso ao modelo numérico.

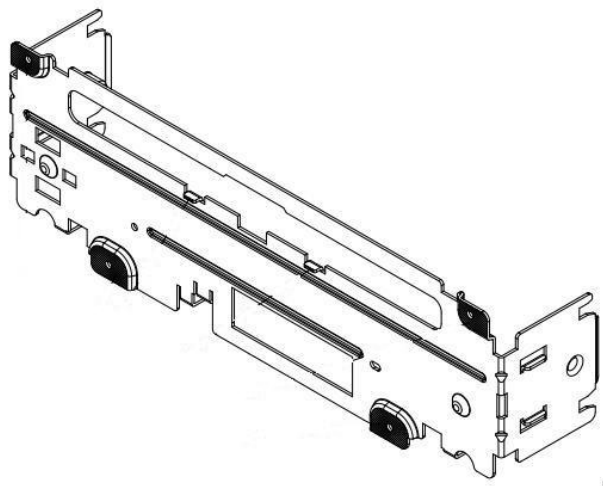


Figura 1. 1– Componente estrutural para optimização do comportamento dinâmico.

A optimização do comportamento dinâmico do componente estrutural tem como finalidade melhorar as características dinâmicas, quando solicitado por excitações ou cargas externas. Com esta finalidade é necessário efectuar algumas alterações de geometria ou de massa, reduzindo a massa do componente estrutural, utilizando o mesmo material. Para executar a análise dinâmica ao modelo numérico do componente estrutural é utilizado para aplicação comercial do método de elementos finitos, ANSYS, e para a optimização é aplicado um algoritmo desenvolvido em MATLAB.

Neste capítulo é feita uma breve introdução ao tema do trabalho, assim como um resumo do estado da arte acerca do melhoramento de modelos numéricos, usando o método de elementos finitos, com a finalidade de otimizar comportamentos dinâmicos de componentes ou estruturas. São apresentados os objectivos e a estrutura do trabalho, assim como o componente estrutural a ser melhorado.

No capítulo 2 faz-se uma introdução à dinâmica de estruturas abordando os conceitos teóricos das vibrações. Apresenta-se a equação diferencial do movimento na dinâmica de estruturas, a análise dinâmica sem amortecimento, o método de elementos finitos quando usado para análise modal e o método para extracção dos valores e vectores próprios, bem como o programa a usar para aplicação destes métodos.

No capítulo 3 apresenta-se uma breve introdução teórica à optimização, expondo o método de optimização, a construção do modelo numérico de optimização, apresentando as ferramentas numéricas utilizadas para a optimização, a função objectivo e a correlação entre modelos, e faz-se uma explicação pormenorizada do programa utilizado para a optimização.

No capítulo 4 faz-se uma análise às propriedades que influenciam a optimização do modelo numérico como: o material do componente estrutural, as alterações geométricas impostas e a definição dos nós que servem de pontos de referência para extracção de dados importantes para a correlação.

No capítulo 5 apresenta-se a optimização do comportamento dinâmico ao componente estrutural, expondo assim os dados de referência do modelo numérico, as frequências naturais e modos de vibração do modelo numérico ao longo da optimização e os resultados finais da optimização, o óptimo do problema.

No capítulo 6 resumem-se as conclusões e apresentam-se algumas sugestões para trabalhos futuros a desenvolver relacionados com esta dissertação.

CAPÍTULO 2 – DINÂMICA DE ESTRUTURAS E VIBRAÇÕES

2.1 Introdução

O método de elementos finitos é um método numérico para análises de problemas em estruturas, análises essas que podem ser de ordem estática e/ou dinâmica. Para o estudo de qualquer modelo numérico, este método tem como princípio dividir o modelo em estudo, em subdomínios ou elementos finitos, elementos que são interligados por um número reduzido de pontos, designados por nós (Soriano, 2003:4). As análises às estruturas têm como objectivo determinar as respostas às solicitações impostas, respostas que podem ser tensões, deformações, frequências naturais, etc.

A construção de qualquer modelo numérico para análise com o método de elementos finitos, tem como finalidade obter respostas mais ou menos rigorosas, dependendo das solicitações onde o sistema estrutural ou mecânico se insere. Os sistemas estruturais ou mecânicos mais simples podem ser estudados com um grau de liberdade, ou no caso de sistemas mais complexos impõe-se a aplicação de múltiplos graus de liberdade. Os modelos estruturais ou mecânicos desenvolvidos com esta finalidade são designados de sistemas discretos ou sistemas com parâmetros concentrados (Meireles, 2007:33), sendo sistemas que podem ser divididos por partes, em que cada parte possui um determinado número de graus de liberdade. O desenvolvimento deste tipo de modelos numéricos tem como importância o aparecimento de ferramentas numéricas para solucionar as dificuldades da engenharia.

A resposta às solicitações depende das características do sistema onde a estrutura está inserida, e é determinada pelas equações diferenciais de movimento que descrevem o equilíbrio dinâmico da estrutura. A linearidade da resposta de um sistema pode ser vantajosa, pois o resultado das equações de movimento pode ser determinado com métodos numéricos bastante eficientes e também pode aplicar-se o princípio de sobreposição para obter a resposta dinâmica de sistemas de complexidade elevada.

O comportamento dinâmico de uma estrutura pode ser descrito pelo deslocamento ou deformação da estrutura sob acção de excitação durante um período de tempo. No estudo da dinâmica, as vibrações ou oscilações são consideradas como um subconjunto desta. Em qualquer estrutura que esteja sujeita a excitações mecânicas, esta volta à posição de equilíbrio após a sua solicitação (Meirovitch, 2001:XVI). Para a engenharia, na concepção de estruturas quando abordado o campo da dinâmica, o factor importante é minimizar o efeito prejudicial das vibrações nas estruturas, em estruturas como por exemplo edifícios, pontes, veículos, máquinas de precisão, etc.

2.2 Fundamentos Teóricos de Vibrações

A vibração é a oscilação de um sistema ou estrutura, em torno de um ponto de referência, sendo a sua quantificação um parâmetro que permite definir o movimento desse sistema ou estrutura. Uma excitação sobre uma estrutura a variar no tempo provoca vibrações (Fertis, 1984:2). A vibração é um movimento periódico, que repete o movimento após um determinado intervalo de tempo, T , onde T , é o período do movimento e o número de movimentos completos realizados numa unidade de tempo é a frequência, f .

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.1)$$

As vibrações podem ser livres ou forçadas, uma vibração considerada livre ocorre quando o sistema se desloca da posição de equilíbrio estático por acção de forças, tais como: força elástica, força de atrito (amortecimento) e peso da massa. Num sistema (figura 2.1) quando existe amortecimento, a vibração tende a diminuir até atingir a posição de equilíbrio estático. Quando no sistema (figura 2.2) não existe amortecimento as vibrações livres mantêm-se ao longo do tempo. As vibrações livres não necessitam de forças exteriores, após a excitação inicial oscila indefinidamente nas frequências naturais do sistema. As vibrações sendo forçadas o sistema é sujeito a uma excitação (deslocamentos ou forças) permanente. Neste caso o sistema tende a vibrar com uma frequência natural própria, assim como seguir a frequência de excitação (Negão e Heusi de Silva, 1971:2).

As vibrações livres definem-se geralmente por serem harmónicas (Fertis, 1984:3). O movimento harmónico simples, MHS, é a forma mais simples do movimento periódico. Caracteriza-se por uma partícula ou corpo, a oscilar em torno de um ponto central, de tal forma que percorre uma distância igual para cada lado de um ponto e a sua aceleração em relação ao ponto central é directamente proporcional à sua distância a esse ponto.

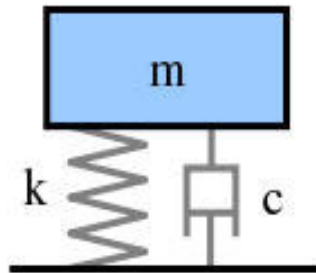


Figura 2. 1– Representação esquemática de um sistema massa – mola com amortecimento.

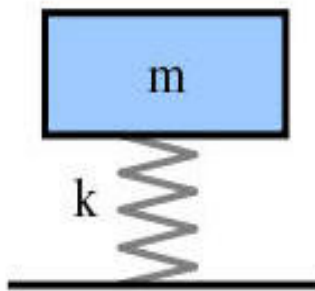


Figura 2. 2– Representação esquemática de um sistema massa – mola sem amortecimento.

Num sistema como na figura 2.2, com um grau de liberdade, uma massa m e uma mola de constante elástica k , animado com movimento harmónico simples, abandonado por si próprio, sem forças externas ao sistema e sem amortecimentos, a equação do movimento é dada por:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (2.2)$$

onde, \ddot{x} e x representam os vectores aceleração e posição do sistema, respectivamente.

Os vectores aceleração e posição do movimento harmónico simples podem ser descritos pelas equações, respectivamente:

$$\ddot{x} = -a\omega_n^2 \cos(\omega_n t + \phi) \quad (2.3)$$

$$x = a \cos(\omega_n t + \phi) \quad (2.4)$$

onde, a é a amplitude do movimento, ω_n a frequência natural do movimento em rad/s , t o instante de tempo e ϕ o ângulo de fase. Dividindo o vector aceleração pelo vector posição obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{\ddot{x}}{x} = -\omega_n^2 \quad (2.5)$$

substituindo a equação 2.5 na equação 2.2, obtém-se:

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2 \quad (2.6)$$

A equação 2.2 pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad (2.7)$$

Esta equação que representa a equação do movimento pode ser assim apresentada de forma simplificada em função da aceleração e do deslocamento.

2.3 Equação Diferencial do Movimento na Dinâmica de Estruturas

Um sistema é considerado dinâmico quando aplicadas excitações à sua massa, estas são variáveis no tempo, podendo as excitações serem classificadas como excitações iniciais ou forças. As excitações iniciais implicam deslocamentos ou velocidades iniciais do sistema, ou ambos. Os deslocamentos iniciais ocorrem quando a massa é movimentada de uma posição inicial de equilíbrio até voltar à posição inicial. As velocidades iniciais são aplicadas à massa da mesma forma que os deslocamentos iniciais. Uma excitação inicial é a energia fornecida ao sistema, energia potencial no caso dos deslocamentos e cinética no caso das velocidades. Depois de transmitida ao

sistema essa energia, se não houver mais qualquer factor externo, este vibra livremente até à posição de equilíbrio, sendo chamada de vibração livre. A resposta às forças e/ou momentos aplicados são designadas de vibrações ou respostas forçadas (Meirovitch, 2001:44).

Assim pode deduzir-se que as excitações são factores externos ao sistema, e as características do sistema são factores internos, sendo estes factores que caracterizam a resposta à excitação. A resposta à excitação é obtida por dedução da equação matemática a partir das características dos factores internos do sistema, apresentando-se como equação diferencial do movimento.

Um sistema dinâmico é caracterizado também quanto ao seu campo de deslocamentos, utilizando um número limite de parâmetros associado a pontos específicos da estrutura (Meireles, 2007:37), estes parâmetros são denominados de graus de liberdade e os pontos são os nós da estrutura. O número de graus de liberdade depende do número de coordenadas para caracterizar os deslocamentos dos nós da estrutura. Cada nó pode ter até seis graus de liberdade, referente aos deslocamentos de translação e rotação nas três direcções cartesianas x , y , z . Numa estrutura simples, a resposta dinâmica pode ser apresentada apenas por um grau de liberdade. No entanto, as estruturas são normalmente muito complexas e apresentam múltiplos graus de liberdade, obrigando assim à utilização de mais que uma equação (Dourado, 2009:14).

A equação diferencial do movimento é deduzida da segunda lei de Newton, também conhecida como lei fundamental da dinâmica, e por aplicação do princípio d'Alembert. O sistema mais simples de um sistema dinâmico está representado na Figura 2.3, que representa todas as forças que actuam na massa, incluindo as exteriores.

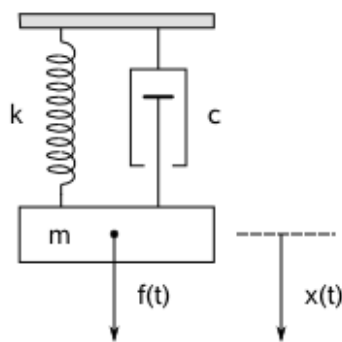


Figura 2. 3 Representação esquemática do sistema massa - mola com amortecimento e aplicação de força.

A equação diferencial do movimento para este sistema simples, com um grau de liberdade, quando aplicada uma força externa pode assim ser escrita da seguinte forma:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (2.8)$$

onde, m , c e k , são a massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, e $f(t)$ é o vector da carga externa aplicada ao sistema.

A equação diferencial do movimento para um sistema, com vários graus de liberdade é escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}(t) \quad (2.9)$$

onde, \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são matrizes da massa, amortecimento e rigidez, respectivamente. O vector da carga externa é representada por $\mathbf{f}(t)$, $\ddot{\mathbf{x}}$, $\dot{\mathbf{x}}$ e \mathbf{x} são os vectores aceleração, velocidade e deslocamento nodais da estrutura, respectivamente. A equação diferencial do movimento (2.9) representa o equilíbrio dinâmico de um sistema com múltiplos graus de liberdade.

2.4 Análise Dinâmica sem Amortecimento

Na análise dinâmica a efectuar neste trabalho, considera-se que o componente estrutural não está influenciado por amortecimento, desprezando assim o factor amortecimento do estudo dinâmico.

A força de excitação $\mathbf{f}(t)$ da equação (2.9) é considerada harmónica, e assume-se que a respectiva resposta dinâmica $\mathbf{x}(t)$ é harmónica e está em fase com a força é dada por:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(\omega) \sin(\omega t + \phi) \quad (2.10)$$

onde, $\mathbf{x}(\omega)$ é a amplitude do movimento, ω é a frequência de vibração do sistema em rad/s , t é o instante de tempo e ϕ o ângulo de fase. A solução geral da equação (2.10) é dada por (Fertis, 1984:50):

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{x}_p(t) \quad (2.11)$$

em que, $\mathbf{x}_c(t)$ é a solução complementar homogénea e $\mathbf{x}_p(t)$ é a solução particular. A solução complementar homogénea é:

$$\mathbf{x}_c(t) = C_1 \sin(\omega t) + C_2 \cos(\omega t) \quad (2.12)$$

onde, C_1 e C_2 são constantes de integração determinadas pelas condições iniciais de movimento. A solução particular é:

$$\mathbf{x}_p(t) = \mathbf{x} \sin(\omega t) \quad (2.13)$$

derivando duas vezes a equação (2.10) em ordem a t obtém-se a equação da aceleração do movimento:

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = -\mathbf{x}(\omega)\omega^2 \sin(\omega t + \phi) \quad (2.14)$$

substituindo a equação (2.9) e (2.10) na parte homogénea sem amortecimento da equação (2.2) obtém-se:

$$-\mathbf{x}(\omega)m\omega^2 \sin(\omega t + \phi) + k\mathbf{x}(\omega) \sin(\omega t + \phi) = 0 \quad (2.15)$$

da equação (2.15) deduz-se o problema de valores próprios, definido como (forma matricial):

$$\|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}\| \mathbf{x}(\omega) = 0 \quad (2.16)$$

em que $\mathbf{x}(\omega)$ representa os modos de vibração do sistema dinâmico. Os valores próprios são obtidos pela resolução da seguinte equação:

$$\|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}\| = 0 \quad (2.17)$$

a equação (2.17) apresenta “N” raízes, que são os quadrados das frequências naturais do sistema. O problema de valores próprios pode ser escrito da seguinte forma (Friswell e Mottershead, 1995:13):

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_j = \lambda_j \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_j \quad (2.18)$$

onde, $\lambda_j = \omega_j^2$ o j é o valor próprio e $\boldsymbol{\varphi}_j = \mathbf{x}(\omega_j)$ o j é o vector próprio, ou seja os valores próprios são os quadrados das frequências naturais e os vectores próprios são os modos de vibração. Considerando a equação (2.18), aplicada para um segundo modo de

vibração k , é multiplicado cada um dos termos da equação pela transposta do modo de vibração k , obtendo-se:

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_j\boldsymbol{\varphi}_k^T = \lambda_j\mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_j\boldsymbol{\varphi}_k^T \quad (2.19)$$

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_j\boldsymbol{\varphi}_k^T = \lambda_k\mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_j\boldsymbol{\varphi}_k^T \quad (2.20)$$

pela subtracção da equação (2.19) na equação (2.20), obtém-se:

$$(\lambda_j - \lambda_k)\mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_j\boldsymbol{\varphi}_k^T = \mathbf{0} \quad (2.21)$$

onde, \mathbf{M} é uma matriz simétrica, obtendo-se da equação (2.21) duas condições de ortogonalidade,

$$\mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_k\boldsymbol{\varphi}_j^T = 0 \text{ com } j \neq k \quad (2.22)$$

e

$$\lambda_k\mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_k\boldsymbol{\varphi}_j^T = \boldsymbol{\varphi}_j^T\mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_k = 0 \text{ com } j \neq k \quad (2.23)$$

quando $j = k$, as equações (2.22) e (2.23) assumem a forma:

$$\mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_j\boldsymbol{\varphi}_j^T = m_j \quad (2.24)$$

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_j\boldsymbol{\varphi}_j^T = k_j \quad (2.25)$$

em que m_j e k_j representam a massa modal e a rigidez, respectivamente, da estrutura associada ao modo de vibração j .

Os modos de vibração podem ser multiplicados por qualquer constante, por exemplo $\sqrt{1/m_j}$, onde a massa modal é unitária e é dada por:

$$\mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_j\boldsymbol{\varphi}_j^T = 1 \quad (2.26)$$

o que origina a condição de ortogonalização da matriz modal, escrita como:

$$\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{I} \quad (2.27)$$

onde, $\Phi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_j, \varphi_N]$ representa o conjunto completo de N modos de vibração normalizados, e I é a matriz identidade de $N \times N$. Os modos de vibração quando multiplicados pela matriz de rigidez originam:

$$\Phi^T K \Phi = \Lambda \quad (2.28)$$

onde, $\Lambda = \text{diag}(\omega_j^2)$ é a diagonal, onde o quadrado das frequências naturais são coeficientes. O deslocamento dos nós da estrutura é dado por:

$$\mathbf{x}(t) = \omega_1 \mathbf{y}_1 + \omega_2 \mathbf{y}_2 + \dots + \omega_n \mathbf{y}_n = \sum_{n=1}^N \varphi_n \mathbf{y}_n(t) \text{ ou } \mathbf{x}(t) = \Phi \mathbf{y}(t) \quad (2.29)$$

em que \mathbf{y}_n é a amplitude modal do modo φ_n . Substituindo a equação (2.29) na equação (2.9) onde o amortecimento é desprezado, obtém-se:

$$\mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K} \Phi \mathbf{y} = \mathbf{f}(t) \quad (2.30)$$

pré multiplicando a equação (2.30) pela matriz modal transposta, obtém-se:

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{y}} + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{f}(t) \quad (2.31)$$

aplicando as equações (2.27) e (2.28) das condições de ortogonalidade, na equação (2.31), deduz-se:

$$\ddot{\mathbf{y}} + \Lambda \mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{f}(t) \quad (2.32)$$

assim, a resposta dinâmica para cada coordenada modal pode ser escrita como:

$$\ddot{y}_j + \omega_j^2 y_j = \varphi_j^T \mathbf{f}(t) \quad (2.33)$$

de referir que a massa genérica é unitária, a rigidez genérica é igual ao quadrado da frequência natural correspondente e a carga genérica é o produto interno do modo de vibração pelo vector das cargas, sendo originadas pelas condições de ortogonalidade.

2.5 Método de Elementos Finitos para Análise Modal

O método dos elementos finitos tem como princípio dividir um meio contínuo em sub-regiões, a malha, simplificando a geometria inicial. Cada elemento finito tem um determinado tamanho e um número de pontos, os nós, que define o campo de deslocamento. Para descrever o deslocamento de cada nó é necessário recorrer a um número finito de equações diferenciais de movimento (Pepper e Heinrich, 1992:5), dependendo do número de graus de liberdade. Os elementos para a constituição de uma malha numa estrutura podem ser por exemplo triangulares ou quadrangulares para duas dimensões e tetraedros ou hexaedros para três dimensões.

Para este trabalho serão utilizados elementos de casca, pelo facto do componente estrutural apresentar uma espessura muito reduzida, quando comparada com as outras dimensões, o elemento de casca a utilizar será triangular de 4 nós. A figura 2.4 representa um elemento de casca, onde I, J, K e L representam os quatro pontos referentes aos nós do elemento, para a versão quadrangular do elemento. Na versão triangular os quatro nós aglomeram-se em três pontos, como é possível visualizar na figura, onde é representado uma projecção dos quatro nós do elemento com três pontos.

Para este tipo de elementos finitos, que apresenta três graus de liberdade em cada um dos quatro nós, para as três direcções cartesianas x, y z, cada elemento com doze graus de liberdade é caracterizado por doze funções, o mesmo se pode dizer que o deslocamento do elemento é dado por três equações (referente às direcções cartesianas), compostas por quatro funções cada.

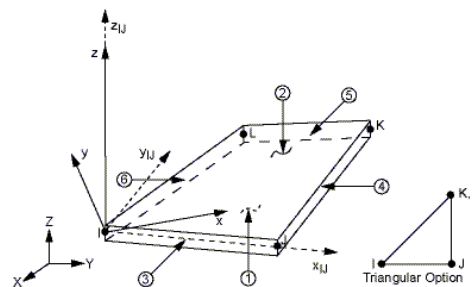


Figura 2. 4- Representação esquemática de um elemento de casca [Fonte: Ansys Structural Analysis Guide, SHELL181].

A matriz **E** representa assim as coordenadas de cada nó do elemento *e* de dimensão $l_1 \times l_2 \times l_3$ (ver figura 2.4):

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_{IX} & e_{IY} & e_{IZ} \\ e_{JX} & e_{JY} & e_{JZ} \\ e_{KX} & e_{KY} & e_{KZ} \\ e_{LX} & e_{LY} & e_{LZ} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

a matriz \mathbf{A} representa os deslocamentos d de cada nó:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} d_{IX} & d_{IY} & d_{IZ} \\ d_{JX} & d_{JY} & d_{JZ} \\ d_{KX} & d_{KY} & d_{KZ} \\ d_{LX} & d_{LY} & d_{LZ} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

o deslocamento do elemento é dado pelas componentes u_x, u_y, u_z , cada uma interpolada separadamente com base nas funções de forma $N^*(x, y, z)$ e nos deslocamentos dos nós (Azevedo, 2003:86). As componentes do deslocamento são escritas da seguinte forma:

$$u_x(x, y, z) = N_I^*(x, y, z)d_{IX} + N_J^*(x, y, z)d_{JX} + N_K^*(x, y, z)d_{KX} + N_L^*(x, y, z)d_{LX} \quad (2.36)$$

$$u_y(x, y, z) = N_I^*(x, y, z)d_{IY} + N_J^*(x, y, z)d_{JY} + N_K^*(x, y, z)d_{KY} + N_L^*(x, y, z)d_{LY} \quad (2.37)$$

$$u_z(x, y, z) = N_I^*(x, y, z)d_{IZ} + N_J^*(x, y, z)d_{JZ} + N_K^*(x, y, z)d_{KZ} + N_L^*(x, y, z)d_{LZ} \quad (2.38)$$

as equações u_x, u_y, u_z , assumem nos nós os valores dos deslocamentos, referentes às coordenadas originais:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x(e_{IX}, e_{IY}, e_{IZ}) = d_{IX} \\ u_y(e_{IX}, e_{IY}, e_{IZ}) = d_{IY} \\ u_z(e_{IX}, e_{IY}, e_{IZ}) = d_{IZ} \\ u_x(e_{JX}, e_{JY}, e_{JZ}) = d_{JX} \\ u_y(e_{JX}, e_{JY}, e_{JZ}) = d_{JY} \\ u_z(e_{JX}, e_{JY}, e_{JZ}) = d_{JZ} \\ u_x(e_{KX}, e_{KY}, e_{KZ}) = d_{KX} \\ u_y(e_{KX}, e_{KY}, e_{KZ}) = d_{KY} \\ u_z(e_{KX}, e_{KY}, e_{KZ}) = d_{KZ} \\ u_x(e_{LX}, e_{LY}, e_{LZ}) = d_{LX} \\ u_y(e_{LX}, e_{LY}, e_{LZ}) = d_{LY} \\ u_z(e_{LX}, e_{LY}, e_{LZ}) = d_{LZ} \end{array} \right. \quad (2.39)$$

as funções de forma N^* são dadas pelas equações (Azevedo, 2003:89):

$$\begin{cases} N_I^*(x, y, z) = \frac{1}{l_1 \times l_2 \times l_3} \left(\frac{l_1}{2} + e_{IX} \right) \left(\frac{l_2}{2} + e_{IY} \right) \left(\frac{l_3}{2} + e_{IZ} \right) \\ N_J^*(x, y, z) = \frac{1}{l_1 \times l_2 \times l_3} \left(\frac{l_1}{2} + e_{JX} \right) \left(\frac{l_2}{2} + e_{JY} \right) \left(\frac{l_3}{2} + e_{JZ} \right) \\ N_K^*(x, y, z) = \frac{1}{l_1 \times l_2 \times l_3} \left(\frac{l_1}{2} + e_{KX} \right) \left(\frac{l_2}{2} + e_{KY} \right) \left(\frac{l_3}{2} + e_{KZ} \right) \\ N_L^*(x, y, z) = \frac{1}{l_1 \times l_2 \times l_3} \left(\frac{l_1}{2} + e_{LX} \right) \left(\frac{l_2}{2} + e_{LY} \right) \left(\frac{l_3}{2} + e_{LZ} \right) \end{cases} \quad (2.40)$$

considerando uma matriz \mathbf{C}^* como os deslocamentos nodais:

$$\mathbf{C}^* = \begin{bmatrix} d_{IX} \\ d_{IY} \\ d_{IZ} \\ d_{JX} \\ d_{JY} \\ d_{JZ} \\ d_{KX} \\ d_{KY} \\ d_{KZ} \\ d_{LX} \\ d_{LY} \\ d_{LZ} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

assim as equações (2.36), (2.37) e (2.38) podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_I^* & 0 & 0 & : & N_J^* & 0 & 0 & : & N_K^* & 0 & 0 & : & N_L^* & 0 & 0 \\ 0 & N_I^* & 0 & : & 0 & N_J^* & 0 & : & 0 & N_K^* & 0 & : & 0 & N_L^* & 0 \\ 0 & 0 & N_I^* & : & 0 & 0 & N_J^* & : & 0 & 0 & N_K^* & : & 0 & 0 & N_L^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_{IX} \\ d_{IY} \\ d_{IZ} \\ d_{JX} \\ d_{JY} \\ d_{JZ} \\ d_{KX} \\ d_{KY} \\ d_{KZ} \\ d_{LX} \\ d_{LY} \\ d_{LZ} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

onde pode ser escrita de forma compacta como:

$$u = N^* \times d \quad (2.43)$$

para o caso em estudo, por ser considerada uma casca, mas tridimensional, as deformações são dadas pela seguinte expressão (Azevedo, 2003:182):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

onde, de forma compacta:

$$\varepsilon = L \times u \quad (2.45)$$

Substituindo na equação (2.45) a equação (2.43), obtém-se:

$$\varepsilon = L \times N^* \times d \quad (2.46)$$

Arbitrando que $B = L \times N$, a equação (2.46) é escrita na forma:

$$\varepsilon = B \times d \quad (2.47)$$

sendo então:

$$B = L \times N^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} N_I^* & 0 & 0 : N_J^* & 0 & 0 : N_K^* & 0 & 0 : N_L^* & 0 & 0 \\ 0 & N_I^* & 0 : 0 & N_J^* & 0 : 0 & N_K^* & 0 : 0 & N_L^* & 0 \\ 0 & 0 & N_I^* : 0 & 0 & N_J^* : 0 & 0 & N_K^* : 0 & 0 & N_L^* \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_I^*}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_J^*}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_K^*}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_L^*}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_I^*}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_J^*}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_K^*}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_L^*}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_I^*}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_J^*}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_K^*}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_L^*}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_I^*}{\partial z} & \frac{\partial N_I^*}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_J^*}{\partial z} & \frac{\partial N_J^*}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_K^*}{\partial z} & \frac{\partial N_K^*}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_L^*}{\partial z} & \frac{\partial N_L^*}{\partial y} \\ \frac{\partial N_I^*}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_I^*}{\partial x} & \frac{\partial N_J^*}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_J^*}{\partial x} & \frac{\partial N_K^*}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_K^*}{\partial x} & \frac{\partial N_L^*}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_L^*}{\partial x} \\ \frac{\partial N_I^*}{\partial y} & \frac{\partial N_I^*}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_J^*}{\partial y} & \frac{\partial N_J^*}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_K^*}{\partial y} & \frac{\partial N_K^*}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_L^*}{\partial y} & \frac{\partial N_L^*}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

a matriz rigidez \mathbf{K} , do elemento finito, para um caso tridimensional, segundo o princípio dos trabalhos virtuais (o trabalho interno de deformação é igual ao trabalho externo das forças aplicadas (Azevedo, 2003:94)) pode ser escrita da seguinte forma (Azevedo, 2003:190):

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (2.50)$$

onde, $dV = dx dy dz$, e \mathbf{D} é a matriz elasticidade do elemento, dependendo do módulo de Young ou módulo de Elasticidade (E) e do coeficiente de Poisson (ν) é apresentada como:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_1 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_2 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

onde,

$$C_1 = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.52)$$

$$C_2 = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.53)$$

$$C_3 = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.54)$$

A equação (2.50) pode assim ser escrita como:

$$\mathbf{K} = \int_{-\frac{l_3}{2}}^{\frac{l_3}{2}} \int_{-\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}} \int_{-\frac{l_1}{2}}^{\frac{l_1}{2}} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dx \, dy \, dz \quad (2.55)$$

A matriz massa \mathbf{M} , para os elementos de casca, pode ser escrita como (Logon, 2001:813):

$$\mathbf{M} = \int_V \rho \mathbf{N}^{*T} \mathbf{N}^* \, dV \quad (2.56)$$

onde, $dV = dx \, dy \, dz$, ρ é a massa volúmica e \mathbf{N}^* é a matriz das funções de forma dada pela equação (2.43):

$$\mathbf{N}^* = \mathbf{u} \times d^{-1} \quad (2.57)$$

em que, \mathbf{u} é o vector do campo de deslocamentos e d o deslocamento dos nós. Assim a equação (2.56) pode escrita como:

$$\mathbf{M} = \rho \int_{-\frac{l_3}{2}}^{\frac{l_3}{2}} \int_{-\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}} \int_{-\frac{l_1}{2}}^{\frac{l_1}{2}} \mathbf{N}^{*T} \mathbf{N}^* \, dx \, dy \, dz \quad (2.58)$$

As equações (2.55) e 2.58) podem assim substituir na equação (2.16) obtendo-se a resposta dinâmica do sistema dinâmico.

2.6 Método para Extracção de Valores e Vectores Próprios

Nos diversos programas comerciais para laboração com elementos finitos, existem vários métodos para extracção de valores e vectores próprios a partir da equação (2.16), e o método de extracção a utilizar depende do grau de complexidade do sistema dinâmico a estudar, assim como outras características, tais como a precisão exigida na extracção dos modos de vibração.

No programa a utilizar, ANSYS, existem vários métodos de extracção possíveis de se utilizar, como: Block Lanczos, Subspace, PowerDynamics, Reduced, Unsymmetric, Damped, QR Damped, e a sua escolha exige alguma reflexão. O método

Block Lanczos é usado para grandes problemas de valores próprios simétricos, este método é tão preciso como o método de Sub-Espaços, mas mais rápido, pois utiliza uma matriz dispersa para a resolução do problema. O método Sub-Espaços é a técnica de iteração de sub-espacos, que de um modo interno usa o algoritmo de iteração de Jacobi, é muito preciso, pois utiliza toda a matriz rigidez $[K]$ e a matriz massa $[M]$, este método é mais lento que os restantes, pelo que é utilizado para resolução de problemas de mais elevada precisão onde são requisitados muitos graus de liberdade. Este método requer grandes quantidades de memória, pelo facto de utilizar um grande número de equações de restrição, o que leva a ser um processo lento. O método PowerDynamics utiliza iterações de sub-espacos, mas comparado com o método de sub-espacos ou de Block Lanczos é significativamente mais rápido, este método é aplicado para resolução de modelos muito grandes de modo a obter os primeiros modos de vibração. O método reduzido utiliza o algoritmo de redução HBI para o cálculo de valores e vectores próprios, é um método mais simples por trabalhar com subconjuntos de graus de liberdade, usando uma matriz de rigidez exacta embora sendo uma matriz massa aproximada. Assim a precisão dos resultados dependa da aproximação que o método faz à matriz massa. O método assimétrico também utiliza toda a matriz rigidez $[K]$ e matriz massa $[M]$, mas para problemas onde as matrizes são assimétricas, aplica o método de Lanczos que calcula os valores e vectores próprios complexos de um sistema que é não conservador. O método de amortecimento é para problemas de amortecimento, onde este efeito não pode ser desprezado. São utilizadas as matrizes completas de rigidez $[K]$, de massa $[M]$ e de amortecimento $[C]$. Este método utiliza o algoritmo de Lanczos e calcula valores e vectores próprios. O método QR Damped combina o método de Lanczos com o método complexo de Hessenberg (ANSYS, 2004:3-19), o conceito é representar os primeiros valores próprios por um pequeno conjunto de vectores próprios do sistema sem amortecimento.

O método a ser utilizado na resolução do problema proposto é o método dos sub-espacos. Pelo método dos sub-espacos a solução aproximada para os deslocamentos nodais é baseada no método de Rayleigh-Ritz. Para o modelo de deslocamentos é adoptada uma solução aproximada para as variáveis deslocamentos:

$$u \cong u_d^* = \sum_{l=1}^L \beta_{dl}(x_j) \times \alpha_{dl} \quad (2.59)$$

onde, u é o deslocamento exacto na direcção d , u_d^* é o deslocamento estimado na respectiva direcção d , $\beta_{dl}(x_j)$ são as funções de base ou funções de forma arbitradas x_j denominadas funções de forma arbitradas e α_{dl} são os parâmetros generalizados a determinar. Aplicando as funções de forma para cada u_d^* linearmente independente entre si, a matriz dos coeficientes do sistema é não singular permitindo a determinação dos parâmetros α_{il} , a solução aproximada pode escrita como (Soriano, 2003:34):

$$\lim_{L \rightarrow \infty} (u - u_d^*) = 0 \quad (2.60)$$

assim, utilizando uma sequência convergente de soluções aproximadas, u_i^* aproxima-se do valor exacto conforme se vai aumentando o número de funções de forma. Conclui-se então, que o conjunto das funções é completo, permitindo calcular os modos de vibração φ_j , por aproximação das funções de forma $\beta_{dl}(x_j)$.

2.7 Utilização do Programa ANSYS para Análise com Elementos Finitos

O programa ANSYS é utilizado neste tipo de trabalhos, entre os programas existentes, como por exemplo: CATIA, COSMOS, LS-DYNA, etc. O ANSYS será assim apresentado, uma vez que vai ser o programa a utilizar.

O ANSYS é composto por três etapas essenciais: organização inicial do problema, processamento de cálculo do problema e extracção dos resultados. Na parte de organização inicial do problema é onde se formulam os dados do trabalho a executar, tais como nomear, e modelar todo o problema; a partir da conclusão desta etapa pode-se proceder ao cálculo do problema, onde se aplica o método dos subespaços; e a extracção dos resultados permite avaliar a resposta ao problema. Estas etapas são fundamentais para a análise de elementos finitos, as quais são denominadas: pré-processamento, processamento e pós-processamento, respectivamente. O pré-processamento é dividido nas seguintes fases:

- 1 Definir a geometria do modelo a estudar, definindo a geometria em áreas pequenas formadas por nós e elementos. Definir o tipo de elemento a utilizar e os parâmetros que caracterizam o material e a geometria.
- 2 Seleccionar o elemento a utilizar, que se ligam entre si através de nós. A cada elemento está associada uma equação que traduz as incógnitas do problema, neste caso os deslocamentos dos nós.
- 3 Define-se as condições iniciais, as condições de fronteira e as cargas do sistema.

A etapa de processamento permite escolher o tipo de problema a resolver do sistema estrutural, escolher o método de extracção de valores e vectores próprios, aplicar cargas e condições de fronteiras de acordo com o problema a resolver e calcular a resposta do problema.

O pós-processamento possibilita a leitura dos resultados ao problema, podendo assim serem visualizados de forma gráfica no modelo numérico e de forma numérica como uma lista de valores.

O programa ANSYS permite resolver um problema através de dois caminhos, num as funções/comandos são apresentadas como uma interface gráfica, sendo o método mais interactivo e fácil de laborar, noutro utiliza-se uma linguagem de comando onde é possível comunicar completamente com o programa de uma forma mais directa e extrair todas as potencialidades do programa. As funções de execução no programa são assim aplicadas com o auxílio de comandos específicos. Cada etapa referida anteriormente é iniciada com um comando específico, por exemplo: `PREP7` para o pré-processamento, `SOLUTION` para o processamento e `POST1` para o pós-processamento.

2.8 Sumário e Discussão

A abordagem feita neste capítulo incidiu na introdução às vibrações, na apresentação da equação diferencial de movimento aplicada à dinâmica de estruturas, no tipo de análise dinâmica a efectuar, no método de elementos finitos aplicado à análise modal, nos diferentes tipos de métodos para extracção de valores e vectores próprios e na introdução do programa comercial ANSYS para análise com elementos finitos.

Na introdução às vibrações fez-se uma breve explicação dos principais conceitos, como vibrações livres ou vibrações forçadas. Apresentou-se a distinção entre sistema dinâmico com e sem amortecimento.

A equação diferencial de movimento aplicada à dinâmica de estruturas é extraída a partir da segunda lei de Newton, englobando a rigidez, massa e amortecimento do sistema dinâmico.

A análise dinâmica apresentada é uma análise sem amortecimento, uma vez que é o tipo de análise a utilizar neste trabalho, pois o amortecimento do componente estrutural é desprezado.

O método de elementos finitos para análise modal foi descrito de forma a demonstrar o seu princípio de execução e como é aplicado a um problema dinâmico.

Neste trabalho será aplicado o método dos sub-espacos para extracção de valores e vectores próprios, mas foram referenciados e definidos outros métodos de extracção de valores e vectores próprios que o programa ANSYS permite.

A escolha do programa ANSYS para laboração do problema dinâmico proposto foi aqui apresentada, com o principal objectivo de aplicar o método de elementos finitos na análise modal. São assim apresentadas as etapas de funcionamento do programa, sendo: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

CAPÍTULO 3 – OPTIMIZAÇÃO

3.1 Introdução

A optimização é uma “ferramenta” bastante importante para qualquer projecto. O desenvolvimento de qualquer projecto para solucionar um problema implica obter uma resposta fiável, e à resposta colocam-se perguntas: *Será que é a melhor solução? É aqui que termina o desenvolvimento do projecto?* É nesta altura que ingressa a optimização no projecto, retomar o projecto com o objectivo de obter aquilo que a engenharia quer nos dias de hoje, que é ter produtos mais resistentes, mais fiáveis, de mais fácil produção e o mais importante ser barato o quanto possível, mantendo ou melhorando a qualidade. Porém a optimização deve sempre obedecer às características do produto e que permite responder ao problema proposto.

Para a matemática, optimização é o estudo de problemas que tem como objectivo minimizar ou maximizar a função do problema com a escolha sistemática de valores variáveis reais ou inteiros dentro de um conjunto de valores viáveis.

Para se proceder à optimização matemática é cada vez mais necessário recorrer a processadores de cálculo mais poderosos, capazes de processar algoritmos de forma a melhorar e ser capazes de se aproximar de forma mais eficaz da solução mais eficiente. Para este trabalho onde o objectivo é optimizar o comportamento dinâmico de um componente estrutural de um auto-rádio, o programa de base matemática a utilizar é o MATLAB, que utiliza uma linguagem de computação de alto nível e um ambiente interactivo para desenvolver algoritmos, visualizar e analisar dados e efectuar cálculos. O MATLAB possui características capazes para executar e partilhar trabalho, podendo assim interagir a linguagem do MATLAB com outro tipo de linguagens e aplicações de computação. Algumas das principais características do MATLAB são: linguagem de alto nível para computação técnica, ambiente de desenvolvimento para gerir código, arquivos e dados, ferramentas interactivas para exploração interactiva, projecto e resolução de problemas, funções matemáticas para álgebra linear, estatística, análise de

Fourier, filtragem, optimização e integração numérica, funções gráficas 2D e 3D para visualização de dados, etc.

Neste trabalho será utilizado o MATLAB como controlo do processo e como optimizador, fazendo correr o algoritmo desenvolvido por Meireles (2007) e o ANSYS é executado a partir do algoritmo apenas para proceder à análise dinâmica do componente estrutural, e para obter os modos de vibração e as frequências naturais do componente.

3.2 Método de Optimização

Nos fundamentos matemáticos que envolvem os problemas de optimização, o objectivo para qualquer problema num projecto é obter o melhor dentro de um conjunto de soluções, de modo a satisfazer o objectivo inicial do projecto. O melhor projecto ou optimização do projecto é aquele em que se consegue maximizar ou minimizar a função objectivo característica em estudo. A maioria dos métodos de optimização é baseada em algoritmos matemáticos, onde os valores das funções e a informação de sensibilidade das funções são dados pelos parâmetros do projecto em desenvolvimento. Cada variável de projecto é definida à custa do modelo numérico estrutural, onde a análise estrutural fornece os valores e funções estrangidas ou não estrangidas, ao algoritmo. Impostas as condições ao projecto o algoritmo obtém a melhor solução do problema, o MATLAB possui alguns algoritmos de optimização já pré-desenvolvidos. O desempenho de cada algoritmo depende das características do problema e do tipo de restrições impostas [Choi e Kim, 2005:31]. Os principais métodos para optimização de problemas podem ser métodos de programação linear, problemas de optimização não estrangida ou problemas de optimização estrangida. O método a aplicar na resolução do problema deste trabalho é de optimização estrangida, utilizando programação sequencial quadrática.

3.2.1 Problemas de optimização estrangida

Nos problemas de optimização a função objectivo, $f(\mathbf{x})$, que define as condições que influenciam o problema, pode ser submetida a estrangimentos de igualdade ou

desigualdade. Os constrangimentos são definidos por funções, que de um modo directo aplicam as restrições aos parâmetros variáveis do problema:

$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0$, $(i = 1, \dots, m_e)$; com m_e constrangimentos de igualdade,

$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0$, $(j = 1, \dots, m_f)$; com m_f constrangimentos de desigualdade e/ou,

$x_k^i, x_k^s, (k = 1, \dots, m_a)$; com m_a constrangimentos de limite inferior ou superior.

Assim, de uma forma geral, um problema de optimização constrangido, é descrito como:

$$\text{minimizar } \mathbf{f}(\mathbf{x}) \tag{3.1}$$

sujeito a $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0$$

$$\mathbf{x}^{*i} \leq \mathbf{x}^* \leq \mathbf{x}^{*s}$$

onde \mathbf{x}^* é o vector de parâmetros do problema $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ é a função objectivo que descreve o problema [Chong e Zak, 2001:365].

Para a resolução de problemas de optimização constrangida, o problema é transformado num subproblema facilitando a sua análise sendo resolvido e aplicado como base um processo iterativo. Os métodos clássicos para optimização recorriam a uma função de penalidade [Chong e Zak, 2001:445] para a eliminação de valores que excedem os limites dos constrangimentos, de uma forma sequencial de iterações parametrizadas que permitem a convergência para um problema restringido. Estes métodos foram substituídos por outros que se baseiam nas equações de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Desta forma as equações de Karush-Kuhn-Tucker são essenciais para a optimização de um problema de optimização constrangida.

Assim para o caso da equação (3.1), as equações de Karush-Kuhn-Tucker são estabelecidas da seguinte forma [Arora, 2004:176]:

$$\nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m v_i^T \nabla g_i(x^*) = 0$$

$$v_i^T \nabla g_i(x^*) = 0 \quad i = 1, \dots, m_e \quad (3.2)$$

$$v_i^* \geq 0 \quad i = m_e + 1, \dots, m_f$$

onde x^* é o ponto regular de um conjunto possível no espaço do problema, satisfazendo os constrangimentos existentes. A primeira equação é referente à perpendicularidade do gradiente da função objectivo e os constrangimentos existentes, no ponto da função objectivo onde se determina a solução. No que respeita aos gradientes a serem anulados pelos multiplicadores de Lagrange, $(v_i^*, i = 1, \dots, m_f)$ é necessário estabelecer os desvios em amplitude da função objectivo e os gradientes dos constrangimentos.

A solução obtida pelas equações de Karush-Kuhn-Tucker, são a base de muitos algoritmos de programação não linear, baseada no cálculo dos multiplicadores de Lagrange. Segundo Arora (2004) os métodos quasi-Newton constrangidos são considerados muito eficientes, quando comparados com outros métodos, pois convergem rapidamente e são usados para obtenção de resultados de segunda ordem em relação às equações Karush-Kuhn-Tucker. Para estes métodos é comum serem denominados de métodos de Programação Sequencial Quadrática (PSQ) e socorrem-se de um subproblema de programação quadrática (PQ), onde este é resolvido a cada iteração do problema de optimização. A implementação numérica do método de programação sequencial quadrática é considerada uma arte. [Arora, 2004:406].

Uma aplicação de um processo de optimização pode ser descrita a partir de uma forma geral, utilizando os procedimentos do método de programação sequencial quadrática. A descrição deste método é feita por Venkataraman (2009:369), dado o problema descrito pela equação (3.1), a principal ideia do método é formular um subproblema de programação quadrática, sem ser necessário recorrer ao uso de métodos constrangidos de quasi-Newton, para tal é feita uma aproximação quadrática da função Lagrangeana, [Arora, 2004:400]:

$$L(x, v) = f(x) + \sum_{i=1}^m v_i \cdot g_i(x) \quad (3.3)$$

onde $L(x, v)$ é a função Lagrangeana. Partindo da equação (3.1) e assumindo que os constrangimentos limite g_i impostos, são representados por inequações de

constrangimento, o subproblema de programação quadrática obtém-se por linearização dos constrangimentos não lineares [Arora, 2004:383], revertendo em:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \quad & \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{H}_k \mathbf{d} + \nabla f(\mathbf{x}_k^*)^T \mathbf{d} \\ \nabla \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k^*)^T \mathbf{d} + \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k^*) &= 0 \quad i = 1, \dots, m_e \\ \nabla \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k^*)^T \mathbf{d} + \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k^*) &\leq 0 \quad i = m_e + 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde, \mathbf{d} é o vector direcção de procura durante cada iteração, e \mathbf{H} é a matriz Hessiana que obtida a partir das derivadas parciais de segunda ordem da função [Fletcher, 1987:8]. Este subproblema pode ser resolvido com um algoritmo de programação quadrática apropriado. A solução de cada subproblema é usada para a formulação da iteração seguinte:

$$\mathbf{x}_{k+1}^* = \mathbf{x}_k^* + \alpha_k \mathbf{d}_k \quad (3.5)$$

onde é aplicado um processo de procura para determinar o parâmetro α_k , logo que exista uma redução suficiente da função objectivo por melhoria da matriz Hessiana. A matriz \mathbf{H}_k é originada por aproximação da matriz Hessiana da função Lagrangeana, equação (3.3), que pode ser assim melhorada através de qualquer método quasi-Newton.

O método de programação sequencial quadrática, usado para problemas constrangidos não lineares requer menos iterações que os problemas não constrangidos, isto deve-se ao facto de serem impostos limites ao optimizador para o cálculo, relacionado com a direcção de procura e com os parâmetros. A aplicação do método de programação sequencial quadrática decompõe-se em três fases: melhorar a matriz Hessiana da função Lagrangeana, resolver o problema por programação quadrática e pesquisa e cálculo da função objectivo.

A melhoria da matriz Hessiana, \mathbf{H} , é executada por aproximação quasi-Newton positiva, da função Lagrangeana referida a cima, aplicando o método de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) para cada iteração principal [Chong e Zak, 2001:180]:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \frac{\Delta_g^{(k)} \Delta_g^{(k)T}}{\Delta_g^{(k)T} \Delta_x^{(k)}} - \frac{\mathbf{H}_k^T \mathbf{H}_k}{\Delta_x^{(k)T} \mathbf{H}_k \Delta_x^{(k)}} \quad (3.6)$$

onde, $\Delta_x = \mathbf{x}_{k+1}^* - \mathbf{x}_k^*$

$$\Delta_g^{(k)} = \nabla f(\mathbf{x}_{k+1}^*) + \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i \nabla \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_{k+1}^*) - (\nabla f(\mathbf{x}_k^*) + \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i \nabla \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k^*))$$

e, $\mathbf{v}_i (i = 1, \dots, m)$ é referente a uma estimativa dos multiplicadores de Lagrange. Assim, por cada iteração que o algoritmo execute, procura que o produto $\Delta_g^{(k)T} \Delta_x^{(k)}$ seja positivo, para se obter um matriz Hessiana positiva. Quando $\Delta_g^{(k)T} \Delta_x^{(k)}$ não é um valor positivo, o algoritmo modifica $\Delta_g^{(k)}$, elemento a elemento até que o valor o seja. Desta forma $\Delta_g^{(k)}$, torna-se sucessivamente menor ao longo do cálculo até que o limite de $\Delta_g^{(k)T} \Delta_x^{(k)}$ seja maior ou igual a 10^{-5} . Se $\Delta_g^{(k)T} \Delta_x^{(k)}$ nunca conseguir ser positivo, após todas as transformações ocorridas, procede-se à adição de um vector, \mathbf{k} , multiplicado por uma constante escalar ϑ :

$$\Delta_g^{(k)} = \Delta_g^{(k)} + \vartheta \mathbf{k} \quad (3.7)$$

onde:

$$\mathbf{k}_i = \nabla g_i(\mathbf{x}_{k+1}^*) \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_{k+1}^*) - \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k^*) \mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k^*)$$

$$\text{se } \left(\Delta_g^{(k)} \right)_i \vartheta < 0 \quad \text{e}$$

$$\left(\Delta_g^{(k)} \right)_i (\Delta_x)_i < 0 \quad i = 1, \dots, m$$

$$\mathbf{k}_i = 0$$

e aumentando ϑ sistematicamente até que o produto $\Delta_g^{(k)T} \Delta_x^{(k)}$ seja positivo. Após esta etapa, a solução do problema de programação quadrática, em cada iteração principal do método de programação sequencial quadrática é resolvido um problema de programação quadrática, recorrendo à seguinte formulação:

$$\min_{\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n} \mathbf{q}(\mathbf{d}) = \mathbf{b}^T \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{H} \mathbf{d} \quad (3.8)$$

$$A_i \mathbf{d} = \mathbf{a}_i \quad i = 1, \dots, m_e$$

$$A_i \mathbf{d} \leq \mathbf{a}_i \quad i = m_e + 1, \dots, m_f$$

onde A_i é referente à i ésima linha da matriz \mathbf{A} , de dimensão m por n , \mathbf{a}_i é um vector constante de dimensões m_e e m_f respectivamente e \mathbf{d} é o vector direcção de procura. Para a resolução deste tipo de problemas é usado um método de projecção [Arora, 2004:383]. O procedimento é formulado por duas fases para obter a solução, a primeira calcula um ponto admissível, caso exista solução. Depois é gerada uma sequência de pontos admissíveis de forma a convergir para a solução. Assim, um conjunto $\overline{\mathbf{A}_k}$, é mantido como estimativa dos constrangimentos, sendo melhorado a cada iteração k e é usado na determinação da direcção de procura designada por $\widehat{\mathbf{d}}_k$ (diferente de \mathbf{d}_k das iterações do método de programação sequencial quadrática). Os constrangimentos de igualdade são iguais para cada conjunto $\overline{\mathbf{A}_k}$. A direcção $\widehat{\mathbf{d}}_k$ torna-se importante para a minimização da função objectivo do problema.

Por decomposição da matriz $\overline{\mathbf{A}_k}^T$, forma-se uma matriz \mathbf{Z}_k , base para o subespaço de execução de $\widehat{\mathbf{d}}_k$, originando a formação de uma direcção dentro da fronteira dos constrangimentos [Arora, 2004:409]. Utilizando agora \mathbf{Z}_k , para uma nova direcção de procura $\widehat{\mathbf{d}}_k$, para se proceder à minimização de $\mathbf{q}(\mathbf{d})$, onde $\widehat{\mathbf{d}}_k$ passa a ser uma combinação linear de colunas de \mathbf{Z}_k , $\widehat{\mathbf{d}}_k = \mathbf{Z}_k \mathbf{p}$.

Usando a programação quadrática em função de \mathbf{p} e substituindo por $\widehat{\mathbf{d}}_k$, obtém-se:

$$\mathbf{q}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{Z}_k^T \mathbf{H} \mathbf{Z}_k \mathbf{p} + \mathbf{Z}_k^T \mathbf{b} \quad (3.9)$$

Diferenciando a equação (3.9) em relação a \mathbf{p} , obtém-se:

$$\nabla \mathbf{q}(\mathbf{p}) = \mathbf{Z}_k^T \mathbf{H} \mathbf{Z}_k \mathbf{p} + \mathbf{Z}_k^T \mathbf{b} \quad (3.10)$$

onde, $\nabla \mathbf{q}(\mathbf{p})$ é o gradiente projectado da função quadrática pelo facto de estar projectado na superfície definida por \mathbf{Z}_k e o termo $\mathbf{Z}_k^T \mathbf{H} \mathbf{Z}_k$ passa a ser chamado de Hessiana projectada. Assim, a solução do sistema de equações lineares é dada por:

$$\mathbf{z}_k^T \mathbf{H} \mathbf{z}_k \mathbf{p} - \mathbf{z}_k^T \mathbf{b} \quad (3.11)$$

que representa o mínimo de $\mathbf{q}(\mathbf{p})$ no espaço de \mathbf{z}_k e ocorre quando $\nabla \mathbf{q}(\mathbf{p}) = 0$. Um incremento assume a forma de:

$$\mathbf{x}_{k+1}^* = \mathbf{x}_k^* + \beta \widehat{\mathbf{d}}_k \text{ onde } \widehat{\mathbf{d}}_k = \mathbf{z}_k^T \mathbf{p} \quad (3.12)$$

onde β é um factor de incremento. Como a função objectivo é considerada quadrática, β , pode assumir apenas dois por cada iteração. Um valor na direcção da unidade $\widehat{\mathbf{d}}_k$ para o mínimo da função restringida no espaço nulo de $\overline{\mathbf{A}}_k$, sem violação dos constrangimentos, correspondendo à solução da programação quadrática. Outro valor na direcção da unidade $\widehat{\mathbf{d}}_k$, mas na proximidade constrangida, sendo inferior   unidade, obrigando a um novo constrangimento que será includido na iteração seguinte.

Quando o mínimo não é determinado, após n constrangimentos includidos num conjunto, são calculados multiplicadores de Lagrange, v_k , de forma a satisfazer o seguinte conjunto não singular de equações lineares:

$$\overline{\mathbf{A}}_k^T \mathbf{v}_k = \mathbf{b} \quad (3.13)$$

sendo \mathbf{x}_k^* a solução óptima para a programação quadrática, se todos os elementos de \mathbf{v}_k forem positivos. No caso inverso, o elemento correspondente   eliminado do conjunto procedendo-se a nova iteração.

Para o processamento do algoritmo se iniciar   necessário definir um ponto admissível, pelo método de programação sequencial quadrática. Se não existir, o mesmo pode ser procurado por programação linear:

$\min \gamma$

$$A_i^T \mathbf{x}^* = a_i \quad i = 1, \dots, m_e \quad (3.14)$$

$$A_i^T \mathbf{x}^* - \gamma \leq a_i \quad i = m_e + 1, \dots, m_f$$

Onde A_i é referente   $i^{\text{ésima}}$ linha da matriz \mathbf{A} . Partindo de um valor inicial \mathbf{x}^* que satisfaça as condições de constrangimento e utilizando a equação (3.3) obt m-se um ponto admissível, se assim existir, resolve o conjunto de equações lineares, a partir das

equações constringidas. Caso exista solução para este problema, então a variável γ é o conjunto de inequações de constringimento. Para resolver este problema de programação linear, usa-se o algoritmo de programação quadrática modificando-o. Aferindo assim a direcção de procura dos incrementos na direcção descendente.

$$\widehat{\mathbf{d}}_k = -\mathbf{Z}_k \mathbf{Z}_k^T \mathbf{g}_k \quad (3.15)$$

onde \mathbf{g}_k é o gradiente da função objectivo. Se se encontrar o ponto admissível pela programação linear, é executada a partir desse ponto a fase principal da programação quadrática, resolvendo o conjunto de equações lineares para procurar da direcção $\widehat{\mathbf{d}}_k$:

$$\mathbf{H} \widehat{\mathbf{d}}_k = -\mathbf{g}_k \quad (3.16)$$

para o caso de não ser encontrada um solução executável para o problema de programação quadrática, a direcção de procura $\widehat{\mathbf{d}}_k$ é procurada no algoritmo de programação sequencial quadrática, até que minimiza γ . A partir da resolução do subproblema de programação quadrática, deduz-se um novo vector \mathbf{d}_k , usado na iteração seguinte.

$$\mathbf{x}_{k+1}^* = \mathbf{x}_k^* + \beta \mathbf{d}_k \quad (3.17)$$

O incremento β é obtido para proporcionar um decréscimo significativo na função e é assim ajustado por um parâmetro de penalidade tendo em consideração os constringimentos. Estes ajustamentos asseguram que os constringimentos tenham influência nos parâmetros de penalidade, acelerando o processo para determinação da solução óptima do problema.

3.3 Modelo Numérico de Optimização

O objectivo pretendido com este trabalho é otimizar o comportamento dinâmico de um componente estrutural, para o processo de análise dinâmica do componente estrutural é necessário recorrer ao método de elementos finitos, usando o *software* ANSYS, que através do algoritmo desenvolvido anteriormente em 2007 por Meireles procede à optimização. O algoritmo utiliza como código de programação, MATLAB, este algoritmo faz uma comparação entre valores e vectores próprios de um modelo de

referência e correspondentes no novo modelo alterado geometricamente, recorrendo a parâmetros variáveis que podem estar relacionados com as propriedades do material ou com aspectos geométricos do modelo. A comparação tem como objectivo obter a máxima correlação entre modos obtidos por cada análise efectuada pelo algoritmo.

Os parâmetros a alterar no modelo numérico são modificados automaticamente pelo algoritmo de melhoramento, e de seguida enviados para o programa de elementos finitos para efectuar nova análise dinâmica ao componente estrutural. Para que haja uma comunicação entre o programa que corre o algoritmo, o MATLAB, e o programa de elementos finitos, o ANSYS, é necessário criar um ficheiro de transferência de resultados que possa ser lido pelos dois programas e que permita a aplicação da metodologia implementada no MATLAB.

3.3.1 Estrutura do Ficheiro no Programa de Elementos finitos ANSYS

O programa de elementos finitos tem duas formas de interactividade, uma pela via gráfica interagindo no monitor, sendo mais limitada no que se refere às opções de trabalho e outra por linguagem de alto nível utilizando comandos de execução de instruções, onde é possível extrair todas as potencialidades do programa, tendo assim acesso a todas as suas opções. Independentemente da opção que se utilize em ambas é possível gravar um ficheiro, onde são guardados todos os passos de trabalho elaborado no ANSYS, ficheiro este com a terminação LGW. Este tipo de ficheiro, é equivalente a um ficheiro de texto, *.TXT, que pode ser aberto por outros programas sem ser necessário recorrer ao ANSYS, possibilitando assim efectuar algumas alterações ou correcções ao seu conteúdo no programa MATLAB.

A estrutura deste tipo de ficheiros do ANSYS é composta por três grupos de informação, pré-processamento (PREP7), processador (SOLUTION) e o pós-processador (POST1).

Para este trabalho foi necessário criar o ficheiro TXT de forma manual, pela razão de o ficheiro de desenho fornecido pela empresa Bosch Car Multimédia do componente a melhorar, se encontrar em formato STP e não ser possível a sua

passagem directa para ANSYS. A estrutura do ficheiro tem de corresponder ao método de cálculo do ANSYS, para poder ser processado normalmente. Assim o ficheiro criado apresenta a seguinte estrutura:

1 - Funções de entrada do programa:

- Especifica o nome do ficheiro
- Define a preferência de estudo
- Inicia a linha de comandos de pré-processamento (PREP7)

2 - Define os parâmetros do problema:

- PRESP = Parâmetro Espessura
- PRLG = Parâmetro do comprimento da nervura no sentido negativo do eixo XX
- PRLGA = Parâmetro do comprimento da nervura no sentido positivo do eixo XX

3 - Especifica:

- PRM = Número de modos de vibração
- PRFRQ = Número de frequências naturais

4 - Converte os valores dos parâmetros para as unidades do programa (unidades SI):

- $ESP = PRESP \cdot 1e-3$
- $LG = PRLG \cdot 1e-1$
- $LGA = PRLGA \cdot 1e-1$

5 - Define os dados do material:

- Módulo de Elasticidade ou Módulo de Young
- Coeficiente de Poisson

- Densidade
- 6 - Define o tipo de elemento a utilizar e respectivas opções, SHELL181 (tipo de elemento de casca).
- 7 - Define a geometria do componente estrutural a partir de pontos:
- Ponto1(x_1, y_1, z_1)
 - Ponto2(x_2, y_2, z_2)
 - PontoN(x_n, y_n, z_n)
 - Linha1 (Ponto1, Ponto2)
 - Linha2 (Ponto2, PontoN)
 - LinhaN (PontoN-1, PontoN)
 - Área (Linha1, Linha2, LinhaN)
- 8 - Constrói a malha em função da geometria
- 9 - Inicia a linha de comandos do processador (SOLUTION)
- 10 - Inicia o ciclo de extracção de frequências naturais até ao limite imposto (especificado na fase 3 ou na fase 16)
- 11 - Define o tipo de análise a efectuar (modal)
- 12 - Especifica o método de análise modal a efectuar (sub-espacos)
- 13 - Especifica o valor de incremento no caso do valor limite de frequências naturais não ser suficiente para os modos de vibração pretendidos.
- 14 - Especifica na opção de extracção os valores próprios e o número máximo de iterações.
- 15 - Executa o processamento dos cálculos.

- 16 - Define o número máximo de frequências a extrair, de modo a condicionar o número de iterações a executar.
- 17 - Inicia o pós-processamento.
- 18 - Recolhe os valores dos modos de vibração e das frequências naturais e envia para a base de dados de resposta.
- 19 - Chama a função de recolha de resposta.
- 20 - Escreve os resultados em forma de tabela.
- 21 - Fim da execução.

As propriedades materiais e geométricas do componente, destacadas no ponto 2 da lista anterior apresentada são as únicas a poder ser alteradas. Assim estas propriedades são os parâmetros do modelo numérico que podem ser modificados com o programa de optimização (MATLAB) em função dos resultados obtidos pelo programa de cálculo (ANSYS). Os parâmetros alterados são aplicados num novo ficheiro, que é lido e calculado pelo ANSYS, obtendo-se novos resultados. Assim o formato e estrutura do ficheiro TXT de dados com a informação do modelo deve ter em conta o facto de o ficheiro poder ser lido por ambos os programas [Meireles, 2007:96].

Quando definidas as condições iniciais do modelo, o programa ANSYS calcula as frequências naturais e os modos de vibração do componente em estudo, os resultados são guardados em ficheiros de texto, de tal forma que o programa de optimização os possa ler. As tabelas de resultados são criadas com o aspecto da Tabela 3.1, onde n é o número de frequências naturais calculadas, m é o número de pontos do modelo que caracterizam os modos de vibração e $\omega_{11} \dots \omega_{nm}$ são os modos de vibração obtidos correspondentes nos m pontos. De referir que os modos de vibração são caracterizados pelo deslocamento do nó da coordenada analisando o modelo em cada ponto, para a respectiva frequência natural do modo de vibração.

Tabela 3. 1– Exemplo da matriz de resultados obtidos a partir do ANSYS.

n	m			
f_1	ω_{11}	ω_{12}	\dots	ω_{1m}
f_2	ω_{21}	ω_{22}	\dots	ω_{2m}
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
f_n	ω_{n1}	ω_{n2}	\dots	ω_{nm}

Os resultados obtidos como o modelo numérico base, são considerados os resultados de referência que o programa de optimização vai utilizar como termo de comparação, e são também apresentados de acordo com a Tabela 3.1. É fundamental que os resultados obtidos para referência sejam nos mesmos pontos geométricos que os resultados obtidos a partir dos modelos a optimizar. Em ambos os resultados é importante que haja o mesmo número de colunas, não sendo necessário haver o mesmo número de linhas, correspondente às frequências naturais. O número de linhas nunca pode ser inferior ao número de colunas, pois o optimizador necessita de matrizes quadradas para comparação. A comparação entre os dois modelos (referência e calculado) é efectuada por uma matriz de correlação, onde um dos critérios de avaliação da qualidade de optimização é a diagonal da matriz. Quando o número de linhas é superior ao número de colunas o programa de optimização elimina as linhas em excesso, utilizando como critérios: o deslocamento médio dos pontos que caracterizam o modo de vibração tem de ser superior a um determinado valor e completar a matriz de resultados de forma a obter uma matriz quadrada. Por experiência, verifica-se que o número de linhas deve ser 1,8 vezes mais que o número de colunas de forma a salvaguardar a eliminação de modos de vibração que sejam considerados não globais (deformações pontuais) e ainda ser possível um emparelhamento dos modos de vibração.

Conforme o optimizador se aproxima da função objectivo, ou seja, segundo a correlação entre os valores dos pares de frequências naturais e dos modos de vibração do modelo calculado se aproximam ou afastam dos valores de referência, o programa de optimização altera os valores dos parâmetros. Para cada alteração de parâmetros é criado um ficheiro de texto e executado no programa de cálculo de elementos finitos, obtendo-se um novo ficheiro de texto de resultados que é comparado com os resultados de referência, segundo um programa em ciclo como o apresentado na Figura 3.1. O

número de iterações e avaliações é tanto quanto o necessário que o programa necessite para determinar o óptimo.

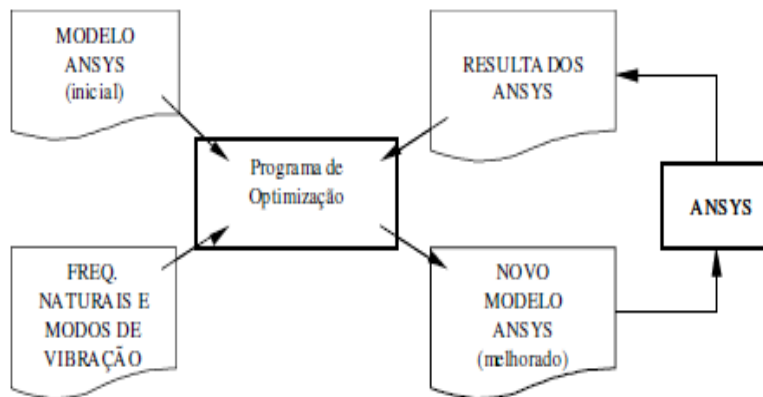


Figura 3. 1 – Esquema de funcionamento do programa de otimização e do programa de cálculo de elementos finitos, ANSYS [Meireles, 2007:99].

O conjunto programa de Otimização e programa de cálculo de elementos finitos, ANSYS formam um ciclo para obtenção do resultado óptimo, sendo finalizado quando encontrado este pelo otimizador.

3.4 Programa de Otimização utilizado no MATLAB

O programa de controlo da optimização como já referido anteriormente, é executado numa linguagem de programação definida no MATLAB, desenvolvida com o objectivo de melhorar o comportamento dinâmico de estruturas ou componentes recorrendo a elementos finitos. O programa MATLAB tem uma biblioteca de funções (*toolbox*) acessíveis ao utilizador, tendo à disposição várias funções de optimização. No caso do programa de optimização a utilizar neste trabalho recorre-se à função de optimização `fmincon`, cujo algoritmo desta função é apresentado numericamente na figura 3.2.

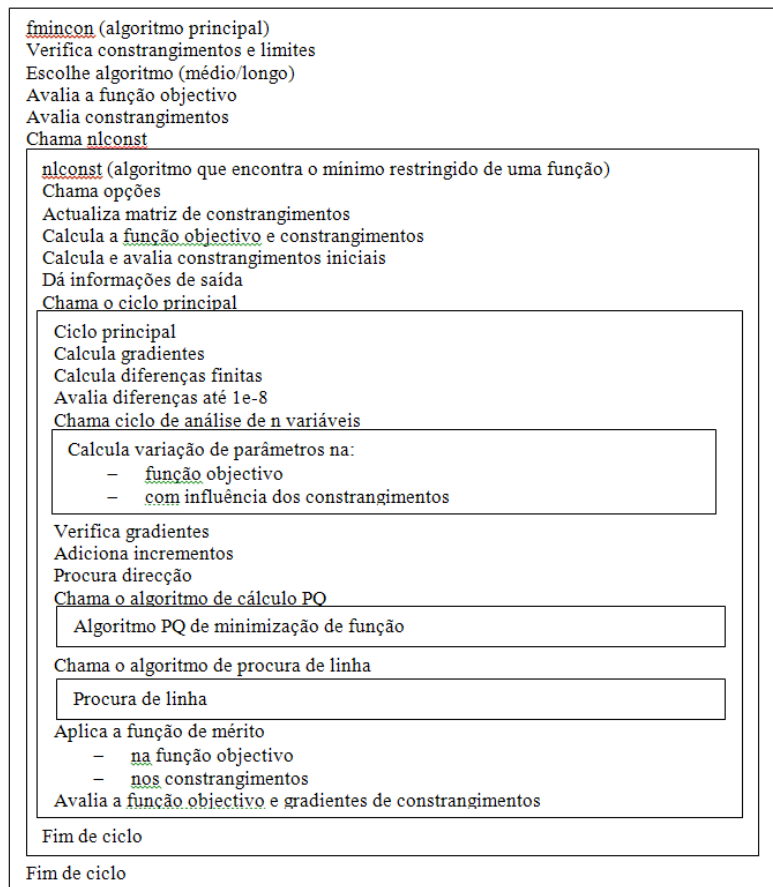


Figura 3. 2– Esquema simplificado de funcionamento da função `fmincon` [Meireles, 2007:103].

Conforme Meireles (2007) o algoritmo `fmincon` procura o mínimo da função constrangida de várias variáveis, a partir de um determinado valor inicial. Neste algoritmo é usado como método de optimização constrangida o método de programação sequencial quadrática (PSQ), e os subproblemas referentes a cada iteração são resolvidos como programação quadrática (PQ).

3.4.1 Função Objectivo

Para que o algoritmo do programa de optimização funcione é necessário recorrer a uma função objectivo. A função objectivo tem como finalidade orientar a procura do valor óptimo para que ele seja um máximo ou um mínimo do problema. No caso em estudo pretendem-se minimizar parâmetros definidos do problema como é o caso da

espessura da peça, como objectivo primário, variando os outros parâmetros geométricos, de tal forma que os pares de frequências naturais e modos de vibração do componente sejam idênticas ou melhores quando comparados com os valores de referência. Pretende-se então definir uma função de optimização para cada iteração, k , do problema que é dada por [Meireles, 2007:101]:

$$\min f(q_k) = -p_1 \frac{(\sum_{i=1}^N MAC_{ii})_k}{(\sum_{i=1}^N MAC_{ii})_0} + p_2 \frac{\left(\sum_{j=1}^N \sum_{i=1, i \neq j}^N MAC_{ij} \right)_k}{\left(\sum_{j=1}^N \sum_{i=1, i \neq j}^N MAC_{ij} \right)_0} + p_3 \frac{(\sum_{i=1}^N (\omega_{ref} - \omega_{modelo})^2)_k}{(\sum_{i=1}^N (\omega_{ref} - \omega_{modelo})^2)_0} \quad (3.18)$$

onde, q é o vector ao qual estão associados os parâmetros a variar $[E, \nu, \rho, \dots]$ no problema do modelo numérico. Todos os parâmetros impostos ao problema são limitados por valores inferiores, i e valores superiores, s , como:

$$q_i \leq q \leq q_s \quad (3.19)$$

com $q_i = [E_i, \nu_i, \rho_i, \dots]^T$ e $q_s = [E_s, \nu_s, \rho_s, \dots]^T$.

Na equação 3.6, a primeira parcela representa o somatório do conjunto de valores da diagonal da matriz MAC, afectados pelo ASMAC. Estes valores são adquiridos pela correlação entre os valores dos modos de vibração dos dois modelos em comparação. Nesta parcela da função objectivo pretende-se que seja maximizada, e daí o termo ter o sinal negativo. A segunda parcela corresponde ao somatório de todos os valores fora da diagonal da matriz MAC. Estes valores devem ser minimizados, tendendo para zero. A terceira parcela é o somatório das diferenças das frequências naturais emparelhadas entre os dados de referência e os dados calculados. Cada parcela da função objectivo é afectada por um factor de ponderação, p_1, p_2, p_3 , no caso em estudo estes factores são desprezados sendo considerados todos unitários.

3.4.2 Correlação entre Modelos

O algoritmo desenvolvido em MATLAB para executar a optimização de estruturas ou componentes utiliza como método de avaliação a correlação entre os resultados dos dois modelos, o de referência e o calculado, comparando os pares de valores dos modos de vibração e das frequências naturais. Para se efectuar esta comparação é necessário recorrer a um critério que quantifique as diferenças entre os pares dos modos de vibração e das frequências naturais.

O critério a utilizar é o Critério de Garantia Modal (Modal Assurance Criterion – MAC) segundo Allemang e Brown em 1982, o MAC é representado pela seguinte equação:

$$MAC_{ij} = \frac{|(\boldsymbol{\varphi}_{Ri})^T \boldsymbol{\varphi}_{Aj}|^2}{((\boldsymbol{\varphi}_{Ri})^T \boldsymbol{\varphi}_{Ri})((\boldsymbol{\varphi}_{Aj})^T \boldsymbol{\varphi}_{Aj})} \quad (3.20)$$

onde, $\boldsymbol{\varphi}_{Ri}$ é o i -ésimo modo de vibração de referência e $\boldsymbol{\varphi}_{Aj}$ é o j -ésimo modo de vibração do modelo de calculado. O valor do MAC é entre zero e um, significa que quando a correlação entre dois modos de vibração é boa o valor aproxima-se de um, se a correlação for má o valor aproxima-se de zero. Quando dois modelos em estudo, um numérico de referência e um numérico calculado, estão perfeitamente correlacionados os valores da diagonal da matriz MAC aproximam-se de um, enquanto para os valores fora da diagonal aproximam-se de zero. Na realidade a matriz MAC de uma forma geral nunca apresenta valores de um na sua diagonal, pois para que isto acontecesse os modos de vibração teriam de ser perfeitamente iguais e isso não acontece, a não ser que se compare exactamente os mesmos modelos. Como tal estes valores da diagonal tendem para um, sendo aceitável que os modos de vibração sejam considerados correlacionados com valores superiores a 0,90 (90% de correlação). Pela mesma razão mas no sentido oposto valores inferiores a 0,10 (10% de correlação) indicam que os modos de vibração em comparação não se correlacionam. Um exemplo da correlação entre modos de vibração é apresentado segundo Tabela 3.2.

Tabela 3. 2– Exemplo de uma matriz MAC.

		Modos de Vibração do Modelo de Referência					
		1	2	3	4	5	6
Modos de Vibração do Modelo Calculado	1	0.98	0.00	0.00	0.17	0.00	0.00
	2	0.00	0.99	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	0.00	0.00	0.99	0.00	0.00	0.40
	4	0.19	0.00	0.00	0.99	0.13	0.00
	5	0.02	0.00	0.00	0.04	0.97	0.02
	6	0.00	0.00	0.51	0.00	0.02	0.78

O algoritmo desenvolvido em MATLAB permite traduzir a matriz MAC por cores, onde as cores mais escuras (preto) são os valores que se aproximam de um e as cores mais claras os valores que se aproximam de zero, Figura 3.3. Assim pode-se afirmar que quanto mais escuro for a cor da diagonal maior é a correlação entre modos de vibração.

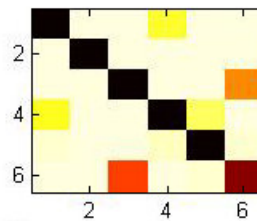


Figura 3. 3– Exemplo de uma matriz MAC traduzida por cores.

A matriz MAC é uma matriz quadrada, em que os valores em cada eixo são modos de vibração, no eixo das abcissas são representados os modos de vibração do modelo numérico calculado e no eixo das ordenadas são representados os modos de vibração do modelo de referência.

No caso de haver em alguma linha mais que um valor próximo de um, isto não tem relevância desde que um desses valores se encontre na diagonal, significa isto que existe uma boa correlação em mais que um par de modos de vibração. Mas se o valor da diagonal for inferior a outro encontrado na mesma linha é claro que houve um emparelhamento incorrecto, e diz-se que o emparelhamento é realizado com um modo falso.

Com o MAC podem-se comparar os modos vibração calculados com os de referência, mas não há uma sensibilidade estabelecida no critério para os modos falsos ou para as frequências naturais muito próximas, como no caso de existirem dois modos de vibração em modelos simétricos, produzindo-se assim emparelhamentos errados. Isto acontece, porque o MAC não tem qualquer sensibilidade às frequências naturais, e estas são pares inseparáveis do respectivo modo de vibração. Para que seja possível efectuar-se uma melhor correlação entre modos, considerando que os dois modelos podem ser correlacionados, deve existir um conjunto de frequências naturais para cada modelo associadas aos modos de vibração. Assim numa primeira fase, calcula-se a correlação entre modelos admitindo a ordem crescente das frequências nos dois modelos. Na análise MAC o emparelhamento entre modelos, fica dependente da correlação entre os modos de vibração e esquece as frequências naturais, o que pode originar emparelhamentos com modos de vibração falsos. Por isso o MAC é afectado com um critério complementar, Alternated Search Modal Assurance Criteria (ASMAC). Este critério cria um emparelhamento entre as frequências naturais associadas a cada modo de vibração e também quantifica a influência da qualidade dos resultados numéricos como função do número de nós utilizados para definir os modos de vibração [Meireles, 2007:72]. O critério ASMAC, equação 3.21, é assim definido:

$$ASMAC_{ij} = -\frac{|\omega_{Aj} - \omega_{Ri}|}{\omega_{Aj} + \omega_{Ri}} + 0,03\sqrt{N_p} \quad (3.21)$$

onde, ω_{Ri} é a i -ésima frequência natural do modelo de referência associada ao modo de vibração φ_{Ri} , para o qual foi calculado o valor MAC correspondente na diagonal principal e ω_{Aj} é a j -ésima frequência natural do modelo numérico, que diz respeito a cada frequência natural do modelo a otimizar. O valor do ASMAC é directamente proporcional à correlação entre as frequências ω_{Ri} e ω_{Aj} . N_p é o número de pontos nodais que definem os modos de vibração, este factor presente na segunda parcela da equação tem como peso adicional penalizar os casos de estudo que têm um reduzido número de nós a caracterizar os modos de vibração.

A tabela 3.3 é um exemplo da aplicação do ASMAC, à forma como é feito o emparelhamento entre frequências. Neste exemplo são utilizadas as quatro primeiras frequências naturais do modelo de referência e oito frequências naturais do modelo

calculado, deste modelo foram determinados dezoito modos de vibração. Logo, $N_p = 18$.

Tabela 3. 3 – Exemplo da aplicação da equação da ASMAC utilizando 18 modos de vibração.

		$\omega_{Aj}(Hz)$							
		95,87	130,07	219,70	301,01	383,20	469,91	646,45	864,41
$\omega_{Ri}(Hz)$	95,70	-0,13	-0,28	-0,52	-0,64	-0,73	-0,79	-0,87	-0,93
	140,54	-0,32	-0,17	-0,35	-0,49	-0,59	-0,67	-0,77	-0,85
	219,02	-0,52	-0,38	-0,13	-0,28	-0,40	-0,49	-0,62	-0,72
	295,98	-0,64	-0,52	-0,28	-0,14	-0,26	-0,35	-0,50	-0,62

Analisando a tabela, há uma correlação entre frequências naturais, pois o maior valor do ASMAC encontra-se na diagonal comprovando assim a correlação.

Para também visualizar a correlação das frequências, cria-se em paralelo com a matriz MAC, a cores uma matriz coluna para frequências naturais. Assim a correlação entre frequências naturais de referência e as calculadas pode também ser traduzida por cores assim como acontece com a matriz MAC, Figura 3.4:

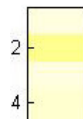


Figura 3. 4 – Exemplo da matriz coluna das frequências naturais.

As cores mais claras, cores que tendem para o branco, significam que existe uma maior correlação entre frequências naturais.

3.5 Programa para Optimização por Elementos Finitos

O programa desenvolvido por Meireles em 2007, para optimização de estruturas ou componentes com a utilização de elementos finitos para a obtenção de valores e

vectores próprios de cada modelo numérico, é constituído por subrotinas independentes e segue uma sequência de subprogramas interligados, como ilustra a Figura 3.5.

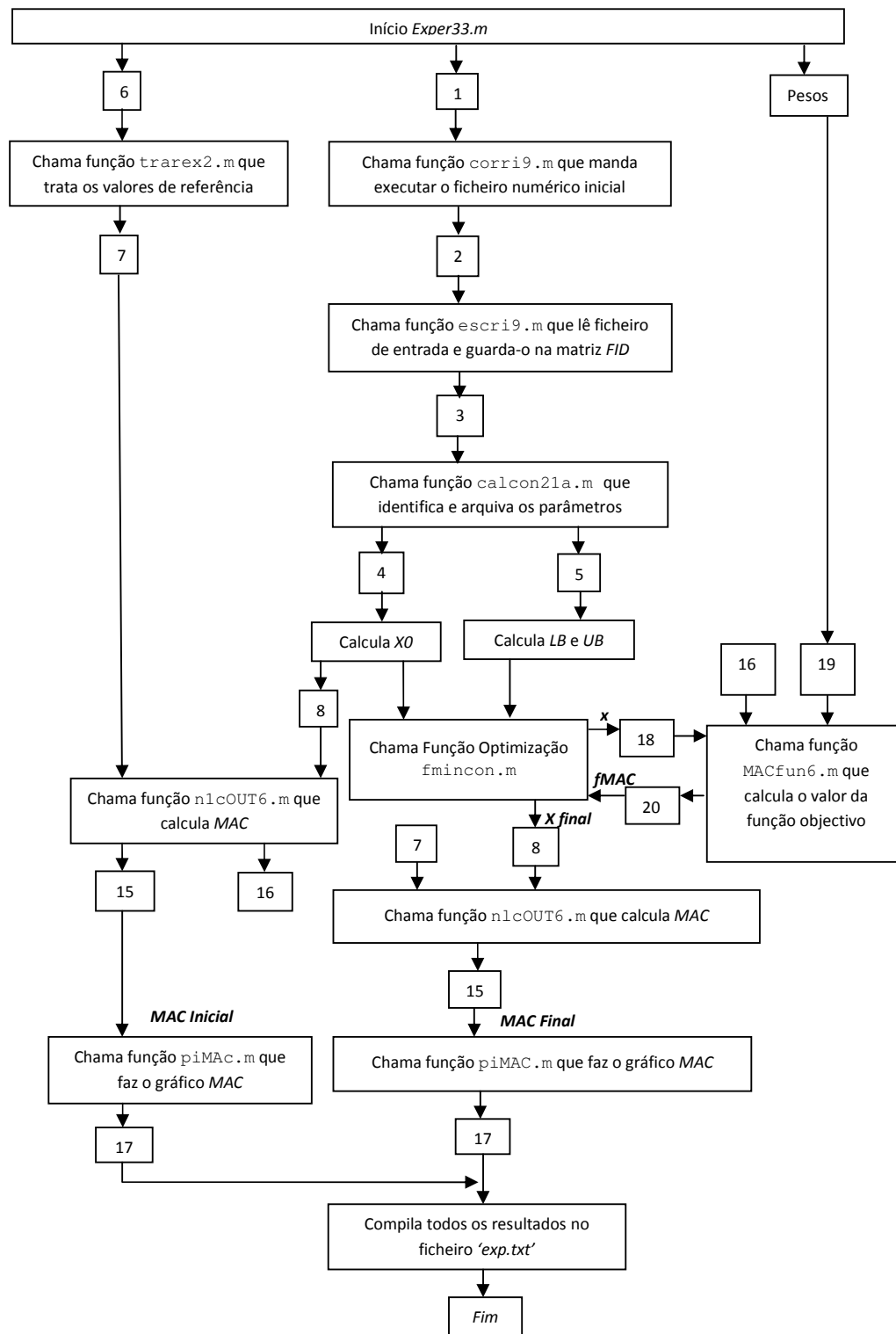


Figura 3. 5– Diagrama se sequências do programa desenvolvido no MATLAB.

O programa inicia-se com a leitura do ficheiro de entrada para o ANSYS seguindo a estrutura esquemática da Figura 3.1 e executa a análise de elementos finitos para obtenção de resultados iniciais do problema em estudo. Os resultados obtidos são comparados com os de referência já previamente definidos, utilizando a correlação da matriz MAC e ASMAC, o programa altera as variáveis do problema, cria um novo ficheiro de leitura e manda-o executar no ANSYS para obter novos resultados e assim continuamente até que a função objectivo atinja um mínimo, considerável como solução pretendida.

O programa principal que coordena toda a execução de optimização, criado em MATLAB é o `exper33.m`, Figura 3.5, este programa executa todas operações chamando outros programas. Inicialmente chama o `corri9.m` onde este programa lê o ficheiro `modnum.txt`, criado com toda a informação do problema e executa-o no ANSYS, desse processamento resultam ficheiros denominados `modnumr*.txt` (Figura3.6a), que depois de lidos, pelo programa `traren3.m`, extrai os valores dos modos de vibração e das frequências naturais (Figura 3.7c). Estes valores extraídos são agrupados como matrizes, *modosA* para os modos de vibração e *freqA* para as frequências naturais. É criado, pelo programa `escrri9.m` um ficheiro `modif.txt`, igual ao ficheiro `modnum.txt` onde serão feitas todas as alterações dos parâmetros (Figura3.6b).

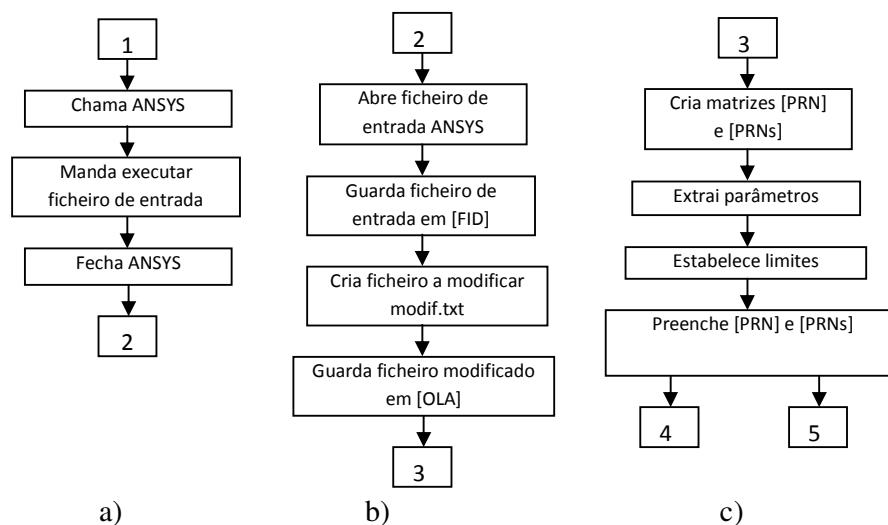


Figura 3. 6 – Diagrama de sequência de funções: a)corri9.m, b)escrri9.m e c) calcon21a.

O programa `calcon21a.m` (Figura 3.6c) identifica os parâmetros a variar e aplica-lhe o limite inferior e superior (Tabela 3.4).

Tabela 3. 4 – Parâmetros a variar e respectiva designação.

Parâmetros a variar	Designação
Espessura	PRES
Comprimento da nervura no sentido negativo	PRLG
Comprimento da nervura no sentido positivo	PRLGA

É chamada a função `trarex2.m` que a partir dos ficheiros do modelo de referência `modnumd*.txt`, extrai os valores dos modos de vibração e das frequências naturais, guardando-os como matrizes *modosR* e *freqR*, respectivamente (Figura 3.7a).

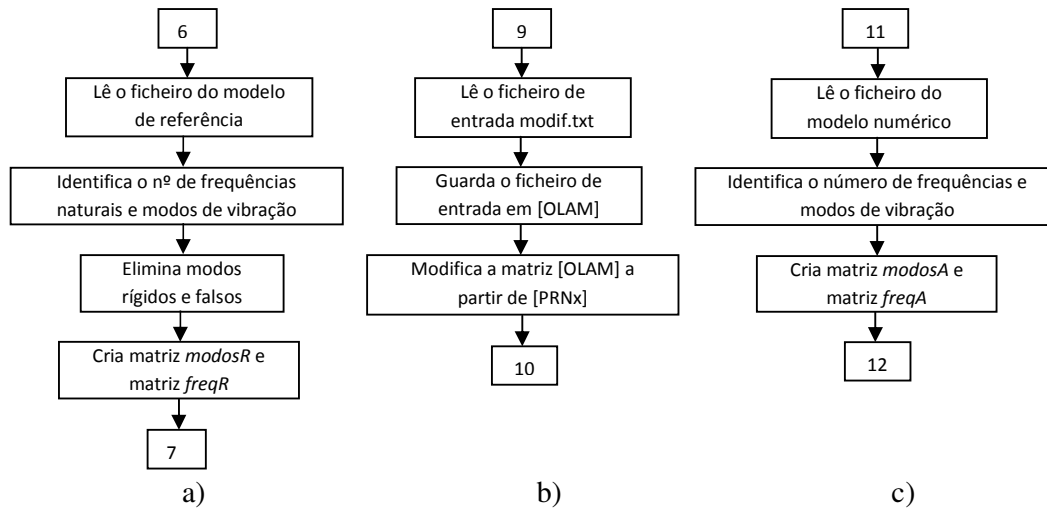


Figura 3. 7 – Diagrama de sequência de funções: a)trarex2.m, b)escrim.m e c)traren3.m

O programa `nlcOUT6.m` (Figura 3.8b), chama o programa `escrim.m` que guarda uma cópia do ficheiro `modif.txt` (Figura 3.7b). No caso de o número de frequências naturais calculadas não ser pelo menos 1,8 vezes o número de frequências naturais de referência é chamada a função `altFRQ3.m` para executar o ANSYS e calcular as frequências necessárias para completar o critério especificado (Figura 3.8a).

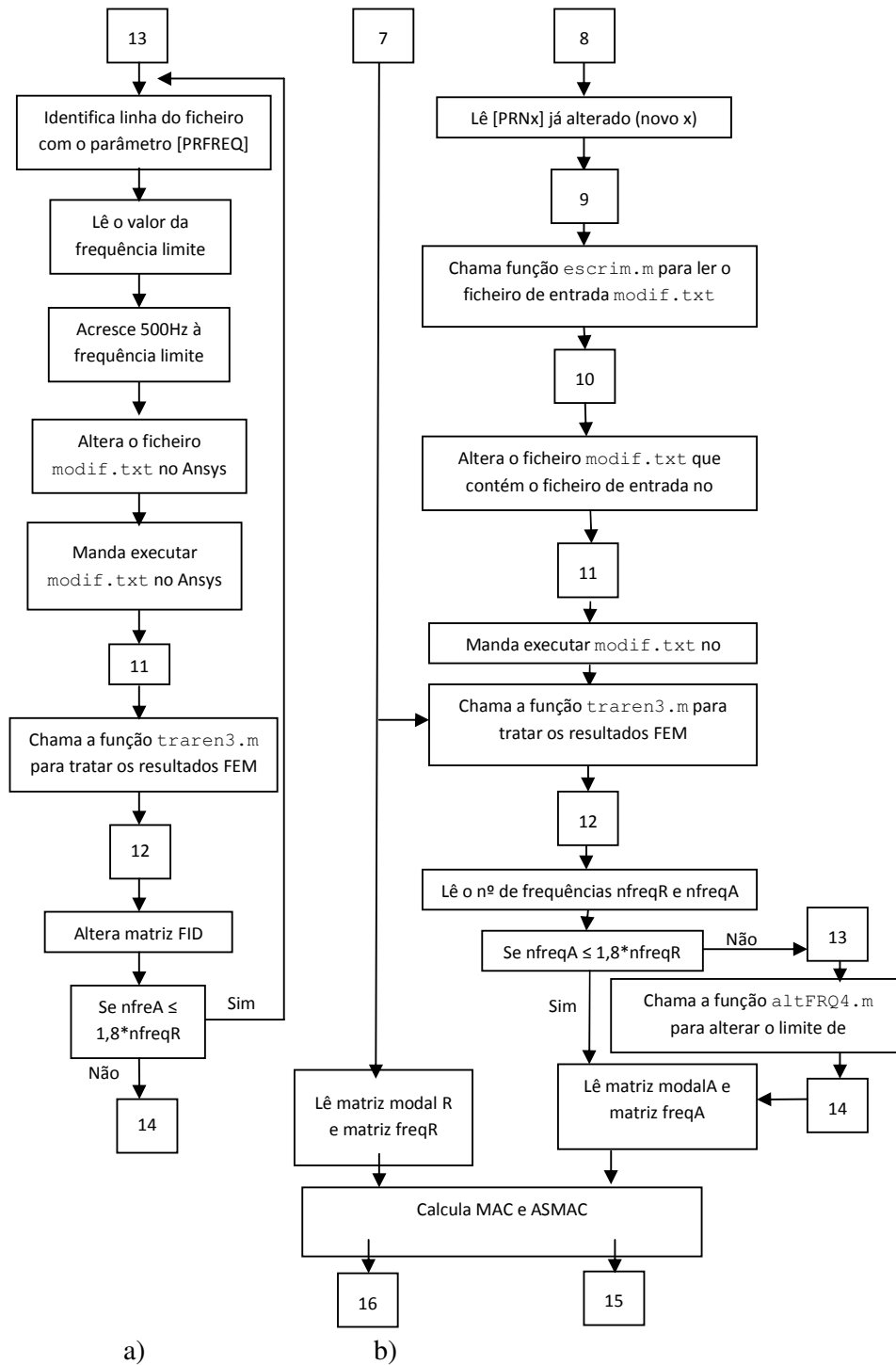


Figura 3. 8 – Diagrama de sequência de funções: a)altFRQ3.m e b)nlcOUT6.m

A partir deste ponto é calculada a correlação entre modos de vibração afectado do ASMAC, obtendo-se a matriz MAC. Depois destes dados calculados é chamada a

função `fmincon` que recorrendo ao programa `MACfun6.m` (Figura 3.9a) procede à optimização do problema até obter uma solução final. Os resultados são apresentados num ficheiro `exp.txt` e em formato de imagem no caso da matriz MAC e ASMAC utilizando o programa `piMAC.m` (Figura 3.9b).

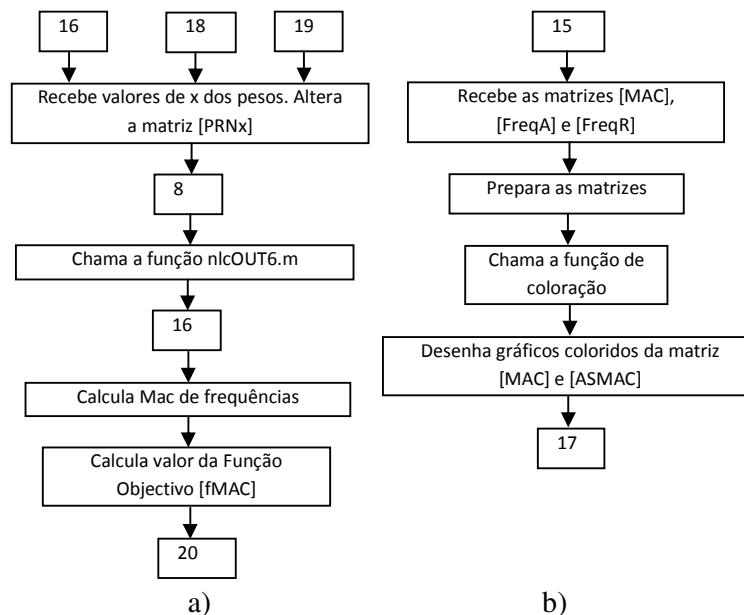


Figura 3. 9 – Diagrama de sequência de funções: a) `MACfun6.m` e b) `piMAC.m`

Além da interpretação e domínio da ferramenta de todas as subrotinas apresentadas, foi feita neste trabalho a adaptação do programa de “Updating” à optimização de modelos complexos. O programa inicial estava preparado para melhorar apenas modelos reduzidos. Esta adaptação consistiu na intervenção na rotina `traren3.m` de modo a ser possível aplicar o processo de melhoramento a estruturas complexas, mas com resultados muito próximos logo na fase inicial de procura. No melhoramento do comportamento dinâmico de uma estrutura, parte-se de um modelo original de referência mais próximo do modelo final e apenas são alterados aspectos pontuais dos resultados.

3.6 Sumário e Discussão

Neste capítulo abordaram-se os conceitos da otimização no campo da engenharia, no qual esta é importante nos dias de hoje, aplicada ao desenvolvimento de projectos e à solução de problemas.

Expôs-se o método de otimização, problemas de otimização constrangida que neste tipo de problemas é solucionado pelo método de programação sequencial quadrática (PSQ), sendo este método solucionado por resolução de subproblemas de programação quadrática, resolvido a cada iteração de processo de otimização.

Apresentou-se a estrutura do ficheiro TXT que serve de suporte a toda a informação do componente a ser otimizado e que permite ser lido pelo programa de elementos finitos a utilizar, ANSYS e pelo programa onde foi construído o algoritmo de otimização, MATLAB. Do programa MATLAB identificou-se qual a função de otimização a utilizar neste algoritmo, presente na *toolbox* do MATLAB, *fmincon*.

Para o programa proceder à otimização de estruturas ou componentes é necessário implementar funções objectivo, funções essas que visam minimizar um parâmetro do problema. Neste problema pretende-se reduzir à espessura do componente de forma a manter ou melhorar as propriedades mecânicas. A função objectivo é calculada a partir da matriz MAC, afectado do ASMAC.

A matriz MAC é construída a partir da correlação entre modos de vibração obtidos do modelo de referência e do modelo calculado. O programa desenvolvido em MATLAB aplica o MAC afectado do ASMAC, critério este que faz um emparelhamento entre as frequências naturais do modelo de referência e do modelo calculado.

Por fim, foi adaptado o programa de controlo de otimização existente ao melhoramento de estruturas complexas partindo de resultados de referência muito semelhantes aos obtidos no modelo a melhorar.

CAPÍTULO 4 – PROPRIEDADES QUE INFLUENCIAM A OPTIMIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

4.1 Introdução

Na optimização a aplicar no modelo numérico do componente estrutural existe uma necessidade de ter em conta certas características estruturais ou certos dados para extracção dos resultados, que podem influenciar a avaliação e qualidade dos resultados obtidos, pois não só os parâmetros a variar na optimização podem influenciar os resultados.

A solução a obter do estudo pretendido de optimização depende em muito dos valores e limites dos parâmetros variáveis impostos, mas também de outros parâmetros igualmente variáveis, que têm de ser adicionados ao problema, como: módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, densidade e todos os dados geométricos do componente, mas que não podem ser considerados variáveis por imposição do projecto.

As características estruturais que podem influenciar a obtenção de resultados com alguma qualidade e fiabilidade são referentes à geometria do componente e ao material de que é feito. Quanto às condições para extracção de resultados é necessário ter em atenção quais os pontos geométricos que são escolhidos para caracterizar com eficácia todos os modos de vibração que vão ser usados como comparação entre modelos.

4.2 Material do Componente Estrutural

Na análise dinâmica de um componente estrutural aquando do recurso à utilização de elementos finitos é necessário caracterizar o componente estrutural ao nível do material, introduzindo parâmetros constantes que representam com fiabilidade as características físicas de estruturas. Só assim se pode ter confiança nos resultados

obtidos. Os parâmetros mais significativos para a caracterização do material são: módulo de elasticidade, densidade e coeficiente de Poisson.

O material empregue na conformação deste componente é um aço ao carbono de baixa liga que é fabricado por laminagem e de seguida revestido por zinco nas duas superfícies. Esta camada de zinco apresenta-se com uma espessura considerável para assegurar uma boa protecção contra a oxidação.

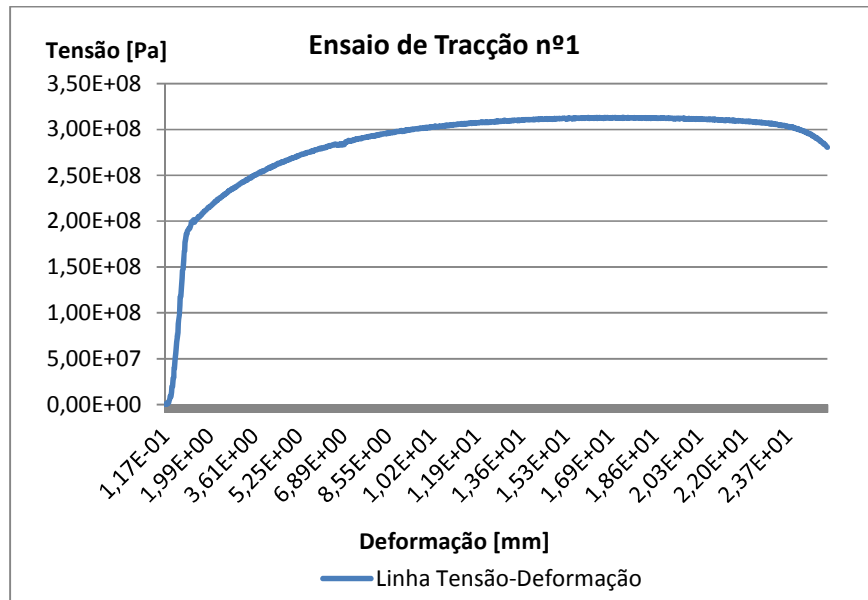
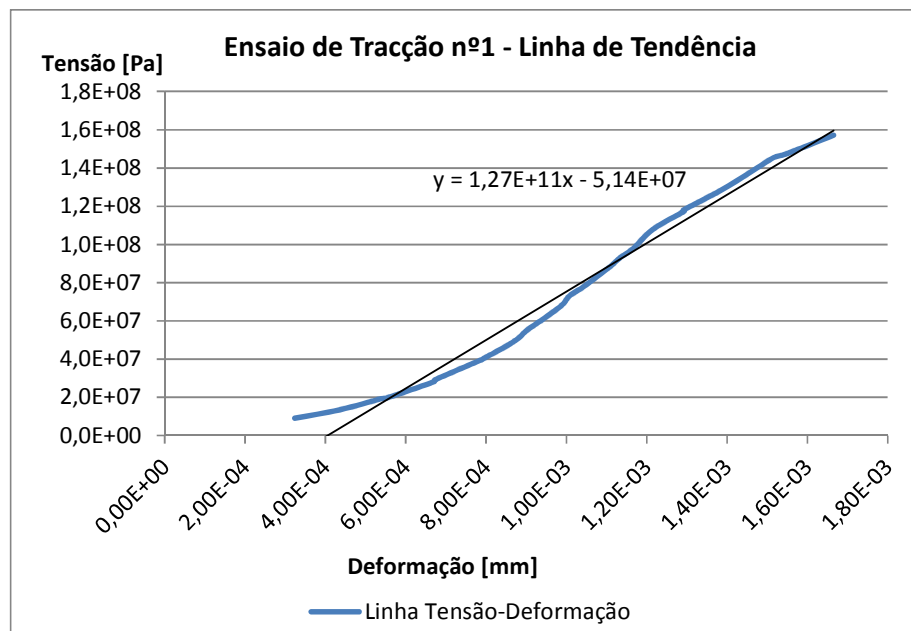
Módulo de Elasticidade

O Módulo de Elasticidade (E) ou Módulo de Young caracteriza os materiais quanto à sua rigidez e pode ser obtido pelo cálculo da divisão da tensão exercida (σ) pela deformação (ϵ), segundo a Lei de Hooke, equação 4.1 [Norton, 2000:57], ou no caso em estudo é calculado a partir de um gráfico obtido pelo ensaio de tracção, em que o módulo de elasticidade é determinado a partir do declive da linha de tendência do ensaio de tracção no domínio elástico [Moura Branco 1998:20].

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (4.1)$$

Para determinar o módulo de elasticidade do material, efectuem-se dois ensaios de tracção. Os provetes para os ensaios de tracção são cortados de componentes gentilmente fornecidos pela empresa, sendo cortados de forma rectangular com as seguintes dimensões $120mm \times 8mm \times 0,80mm$. Dos ensaios de tracção resulta os seguintes gráficos:

O gráfico 4.1 resulta dos dados obtidos do ensaio de tracção nº1 a um provete. Deste gráfico, a partir dos resultados obtidos no domínio elástico, determina-se a linha de tendência, cujo declive é o módulo de elasticidade do material, Gráfico 4.2, no valor de 126GPa.

Gráfico 4.1 – Ensaio de tracção nº1.**Gráfico 4.2** – Ensaio de tracção nº1, obtenção da linha de tendência.

O resultado obtido para o módulo de elasticidade no ensaio de tracção nº1 efectuado a um provete, sabendo previamente que é um aço ao carbono, não se aproxima do valor considerado normal para aços (210GPa). O facto deste tipo de aço apresentar um baixo valor para o módulo de elasticidade quando comparado com os aços comuns, deve-se possivelmente a tratamentos químicos a que este material está sujeito, para facilitar a conformação mecânica do componente estrutural, pois este componente apresenta alguns aspectos geométricos de difícil conformação para materiais de elevada resistência.

O gráfico 4.3 representa o resultado dos dados obtidos de um ensaio de tracção efectuado a um segundo provete, onde é utilizada uma velocidade de tracção mais baixo para possibilitar maior recolha de dados.

Gráfico 4.3 – Ensaio de tracção nº2.

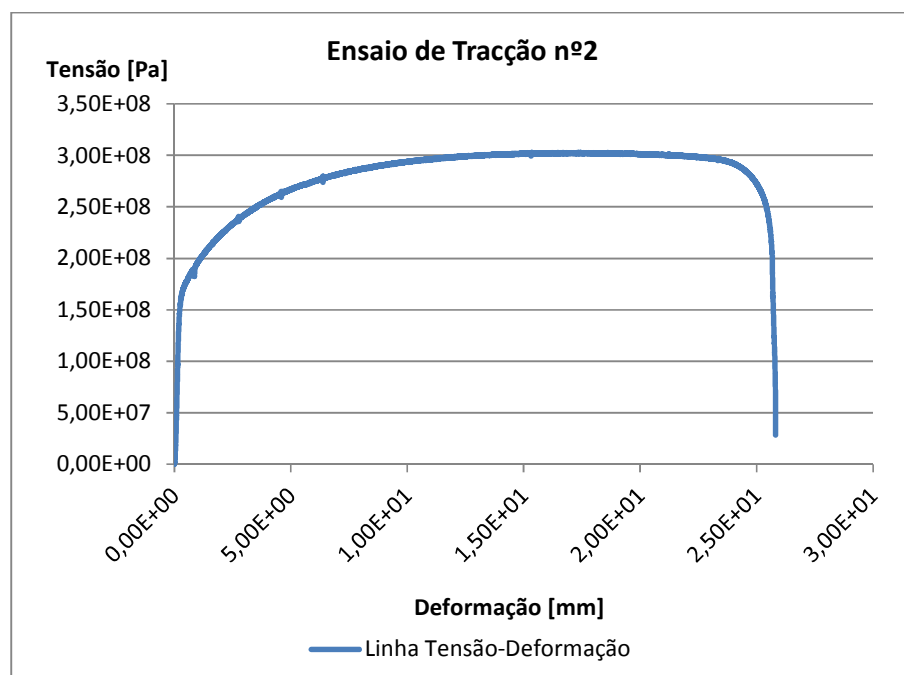
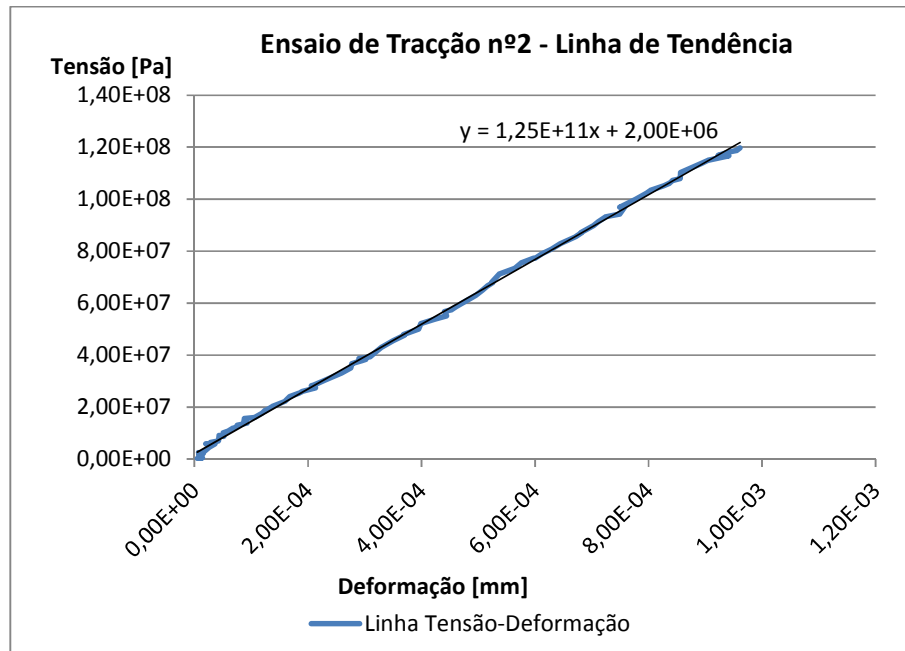


Gráfico 4.4 – Ensaio de tracção nº2, linha de tendência.

O valor do módulo de elasticidade encontrado é de 125GPa, Sendo este o valor a usar como característica do material no que respeita ao módulo de elasticidade. Comparando o Gráfico 4.2 com o Gráfico 4.4, a linha de tensão-deformação no domínio elástico tem um comportamento mais rectilíneo no Gráfico 4.4. Isto deve-se ao facto já referido anteriormente em que o ensaio de tracção nº2 ser efectuado com uma velocidade mais lenta, possibilitando a recolha de mais valores quando comparado com o ensaio de tracção nº1.

Coefficiente de Poisson

O Coeficiente de Poisson, ν , é a razão entre a deformação transversal e a deformação longitudinal de um material quando este é sujeito a tracção, equação 4.2 [Moura Branco, 1998:89]. Os valores das deformações a nível experimental são obtidos por extensometria [Moura Branco, 1998:106].

$$\nu = \frac{\text{Deformação Longitudinal}}{\text{Deformação Transversal}} = - \frac{\epsilon_{zz}}{\epsilon_{xx}} \quad (4.2)$$

Na Tabela 4.1, apresentam-se as deformações obtidas por extensometria que permitem o cálculo do coeficiente de Poisson utilizando a equação 4.2:

Tabela 4. 1 – Dados das deformações obtidos por extensometria.

Deformação Longitudinal	0,53
Deformação Transversal	-0,20

$$\nu = -\frac{\epsilon_{zz}}{\epsilon_{xx}} = -\frac{0,530}{-0,2} = 0,377$$

O valor do coeficiente de Poisson a usar para caracterizar o material é de 0,377. Este valor relativamente elevado em relação ao apresentado na literatura para um aço, tendo como justificação a argumentação feita no módulo de elasticidade, onde o valor apresentado também não coincidia com os valores comuns para aços.

Densidade

A densidade é equivalente à massa volúmica do material, é a razão entre a massa e o volume de um corpo. A densidade do material de que é feito o componente estrutural foi calculada a partir de uma amostra de material, a amostra de material foi cortada de um componente e lixada para retirar a zincagem que apresenta. A massa da amostra foi obtida por pesagem, efectuando-se três pesagens para obter um valor médio Tabela 4.2:

Tabela 4. 2 – Pesagens de uma amostra de material.

Massa1 [g]	1,12391
Massa2 [g]	1,12388
Massa3 [g]	1,12393

O valor da massa da amostra é:

$$M_m = \frac{1,12391 + 1,12388 + 1,12393}{3} = 1,12391g$$

O volume da amostra é determinado por medição da geometria da amostra:

Tabela 4. 3– Dimensões da amostra de material.

Comprimento [mm]	37,02
Largura [mm]	5,03
Espessura [mm]	0,80

O volume da amostra é:

$$V = 37,02 \times 5,03 \times 0,80 = 148,97 \text{ mm}^3$$

A massa volúmica do material é:

$$\text{Massa Volúmica} = \frac{1,12391 \times 10^{-3} \text{ kg}}{148,97 \times 10^{-9} \text{ m}^3} = 7545 \text{ kg/m}^3$$

O valor da densidade do material do componente estrutural do auto-rádio é de 7545.

Análise química do material

Com a amostra de material utilizada para obter o valor da densidade procedeu-se à análise química, para comprovar que se trata mesmo de um aço, sendo apresentada na Tabela 4.4, os valores da composição química.

Tabela 4. 4 – Composição química do material.

Nome do elemento químico	Concentração (%)
Alumínio	0,157
Crómio	0,024
Ferro	99,5
Manganês	0,159
Nióbio	0,036
Fósforo	0,012
Silício	0,047
Titânio	0,029

A análise química teve como objectivo provar que se tratava de um aço e não de qualquer outro material ou liga, isto porque apresentava valores relativamente baixos para o módulo de elasticidade e densidade, e relativamente elevado para o coeficiente de Poisson, o que poderia causar dúvidas quanto ao material com que se estava a trabalhar no modelo numérico.

4.3 Alterações ao modelo numérico inicial

O modelo numérico inicial é construído a partir do desenho do componente estrutural apresentado no subcapítulo 1.3 deste trabalho. É a partir deste modelo que são introduzidas modificações com o intuito de melhorar o comportamento dinâmico da estrutura.

As alterações geométricas são depois efectuadas neste modelo numérico inicial do componente estrutural e têm como referência de evolução as frequências naturais e modos de vibração calculados especificamente no programa de elementos finitos, resultados que permitem comparar as diversas propostas de modificação estrutural.

A análise ao modelo numérico inicial, com o programa ANSYS, utilizando elementos finitos, aplicando uma malha, com elemento de casca SHELL181, triangular livre e um tamanho de elemento grosso.

Na Tabela 4.5 são apresentadas as frequências naturais, para os seis primeiros modos de vibração não rígidos iniciais, do modelo numérico inicial:

Tabela 4. 5 – Frequências naturais do modelo numérico inicial.

Frequências Naturais [Hz]	Mod. Num. Inicial
1ª	91,70
2ª	135,54
3ª	189,27
4ª	214,08
5ª	290,98
6ª	386,55

Os modos de vibração para o modelo numérico inicial são apresentados nas seguintes figuras, na Figura 4.1 apresenta o primeiro modo de vibração para a frequência natural de 91,70Hz, representando o modo de vibração de flexão, é modo de vibração com deformação global.

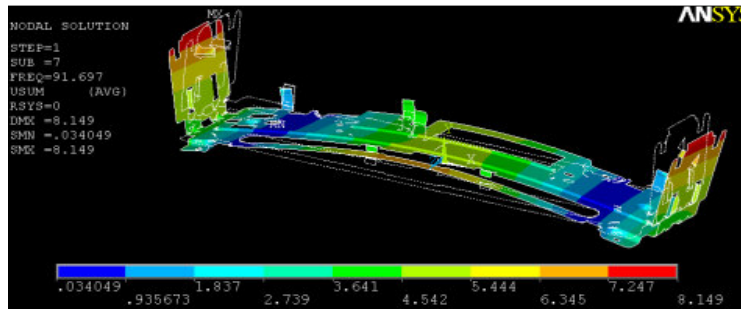


Figura 4. 1 – Primeiro modo de vibração do modelo numérico inicial.

O segundo modo de vibração é apresentado na Figura 4.2. É um modo de torção, global, na frequência de 135,54Hz.

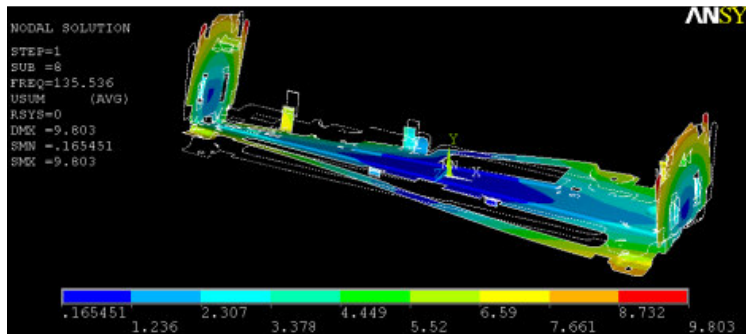


Figura 4. 2 – Segundo modo de vibração do modelo numérico inicial.

Na Figura 4.3 é apresentado o terceiro modo de vibração, localizado, com uma frequência de 189,27Hz; na tira de material na parte superior da ranhura para entrada do CD, para o tentar suprimir é criado o modelo numérico 3.

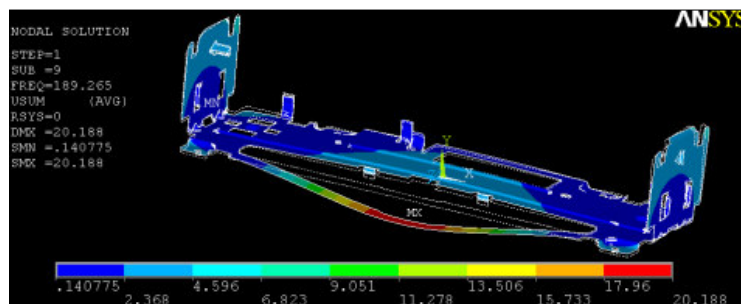


Figura 4. 3 – Terceiro modo de vibração do modelo numérico inicial.

Os modos de vibração apresentados nas Figura 4.4 e 4.5 não apresentam pontos de relevo a destacar, são modos de vibração de flexão, globais, relativos às frequências 214,02Hz e 290,98Hz respectivamente.

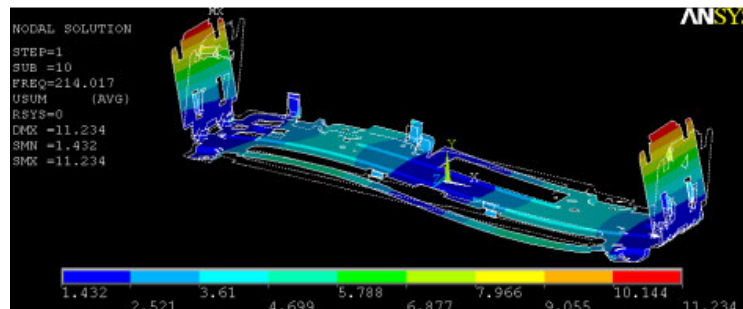


Figura 4. 4 – Quarto modo de vibração do modelo numérico inicial.

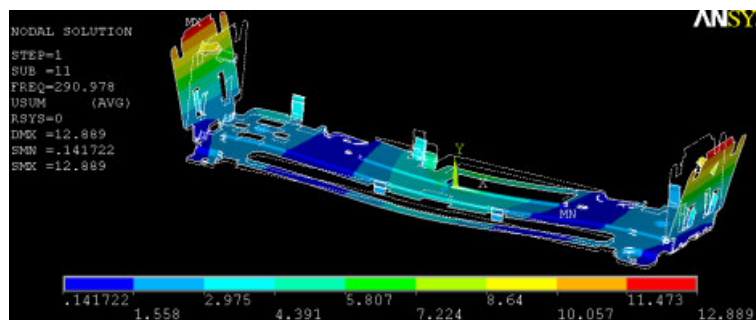


Figura 4. 5 – Quinto modo de vibração do modelo numérico inicial.

Procedendo agora ao melhoramento do modelo numérico através da alteração da sua geometria, vão anunciar-se assim as alterações a parâmetros geométricos variáveis a otimizar.

Os diferentes parâmetros que definem a geometria do componente, tais como raios de curvatura, nervuras, rasgos, etc., influenciam os valores dos resultados a obter na sua análise dinâmica, tais como frequências naturais e modos de vibração. A geometria do componente pode assim ser alterada de forma a melhorar as propriedades dinâmicas, mantendo sempre uma geometria que permita ao componente desempenhar a função para o qual foi desenvolvido.

As alterações geométricas a efectuar no componente são pequenas modificações que fazem com que se altere o seu comportamento dinâmico, no sentido de ter uma

melhor resposta dinâmica quando em utilização. As alterações podem ser por exemplo: cortes, adição de nervuras ou reforços na geometria do componente estrutural. Estas alterações influenciam directamente o comportamento dinâmico e a massa (parâmetro que se pretende minimizar do ponto de vista económico) do componente estrutural.

Assim fez-se uma análise ao componente, procurando observar as suas funcionalidades e algum aspecto de correcção para procurar melhorias gerais antes de ser melhorado dinamicamente pela optimização com o MATLAB. A Figura 4.6 representa o modelo numérico inicial, com a sua geometria, na qual vão ser feitas alterações no sentido de o melhorar dinamicamente.

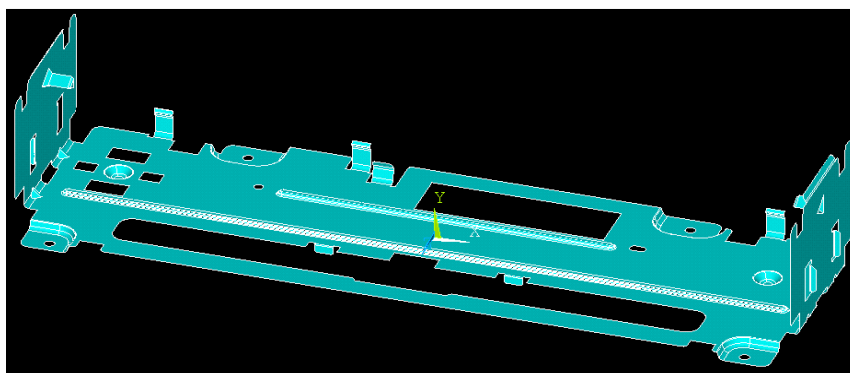


Figura 4. 6 – Representação gráfica do modelo numérico inicial do componente estrutural.

A primeira alteração geométrica é o preenchimento de espaço vazio nas zonas de quingagem do componente estrutural, originando o modelo numérico 1, Figura 4.7:

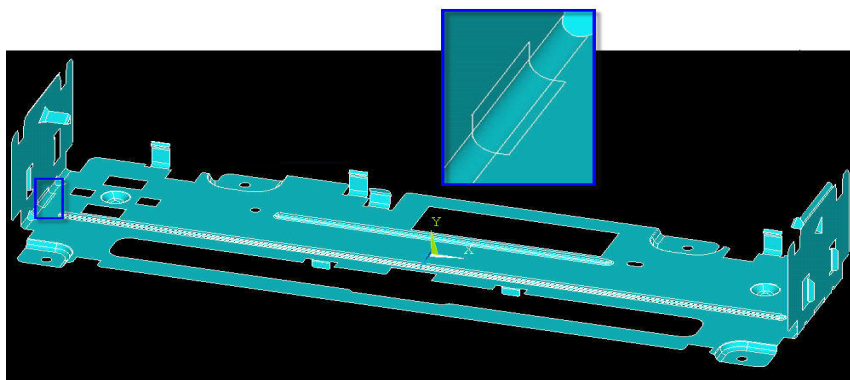


Figura 4. 7 – Representação gráfica do modelo numérico 1, alteração no modelo numérico inicial.

A alteração seguinte efectuada de forma evolutiva do modelo anterior resulta da aplicação de um terceiro reforço no preenchimento aplicado, modelo numérico 2, Figura 4.8.

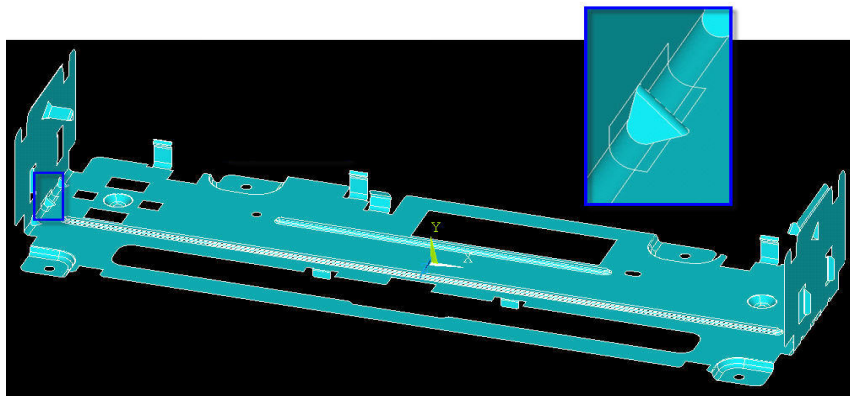


Figura 4. 8 – Representação gráfica do modelo numérico 2, alteração no modelo numérico 1.

A Figura 4.9 representa o modelo numérico 3. Esta alteração aqui introduzida é aplicada directamente ao modelo numérico inicial, com remoção da tira de material na parte superior da ranhura para entrada do CD. Verifica-se que esta parte da peça não interfere com o seu comportamento estático mas perturba o seu comportamento dinâmico, porque dá origem a modos de vibração localizados de baixa frequência e indesejáveis.

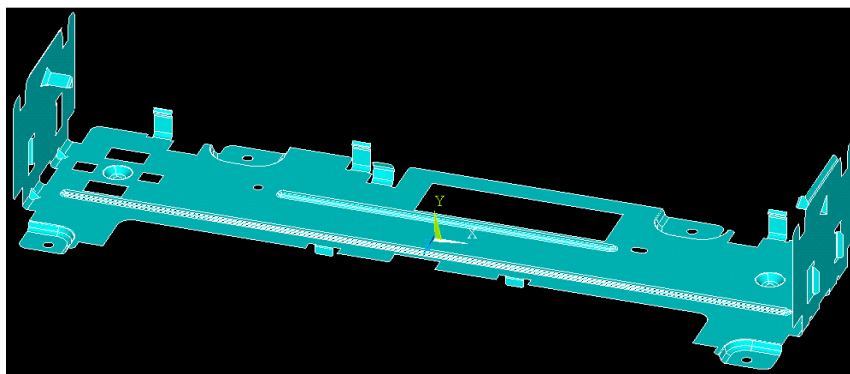


Figura 4. 9 – Representação gráfica do modelo numérico 3, alteração no modelo numérico inicial.

O modelo numérico 4, Figura 4.10, é obtido a partir do modelo numérico 1, com remoção da tira de material na parte superior da ranhura para entrada do CD e preenchimento do espaço vazio nas zonas de quinagem.

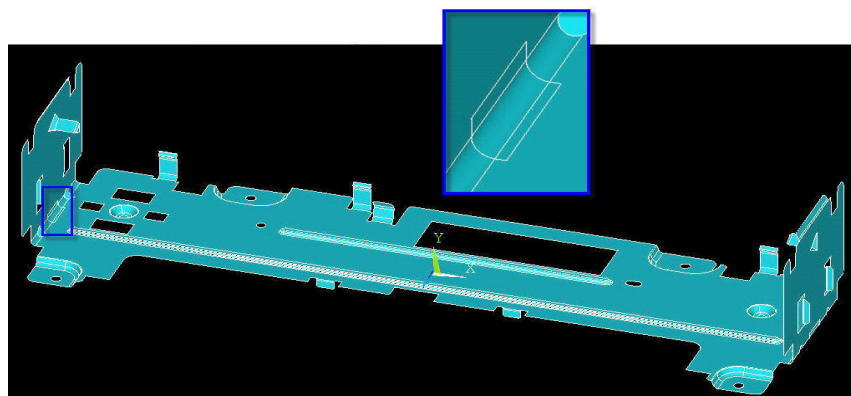


Figura 4. 10 – Representação gráfica do modelo numérico 4, alteração no modelo numérico 3.

Na Figura 4.11 é apresentado o modelo numérico 5, uma evolução do modelo numérico anterior, onde é aplicado um reforço idêntico ao previsto no modelo numérico 2, Figura 4.3

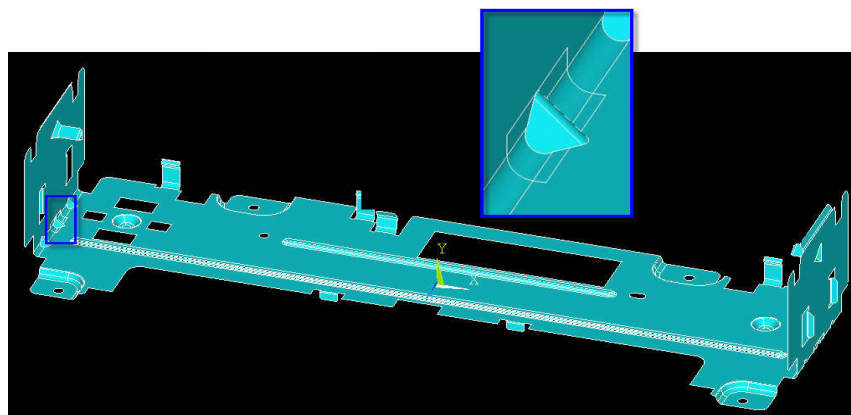


Figura 4. 11 – Representação gráfica do modelo numérico 5, alteração no modelo numérico 4.

A aplicação de nervuras em superfícies planas tem uma influência significativa no comportamento dinâmico deste tipo de superfícies. Assim, nos modelos numéricos seguintes aplica-se mais uma nervura que no modelo numérico inicial, modelo numérico 6, figura 4.12 e que no modelo numérico 5, modelo numérico 7, figura 4.13.

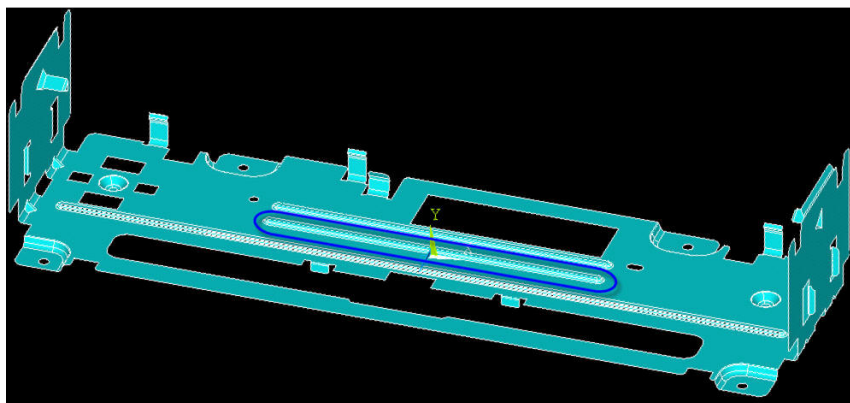


Figura 4. 12 – Representação gráfica do modelo numérico 6, alteração no modelo numérico inicial.

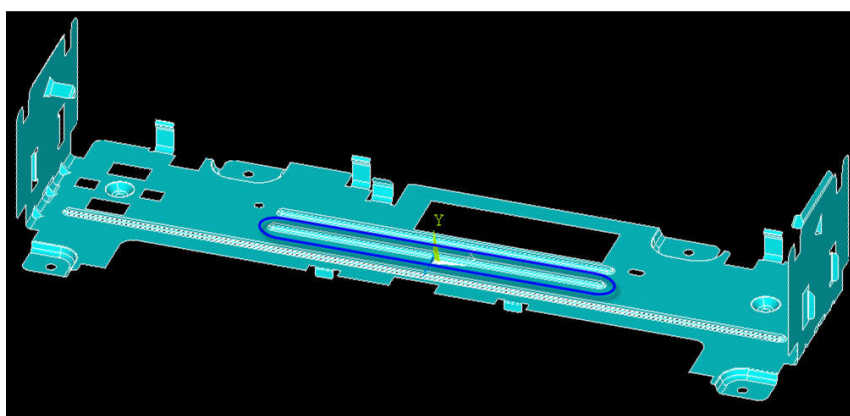


Figura 4. 13 – Representação gráfica do modelo numérico 7, alteração no modelo numérico 5.

As sucessivas alterações geométricas efectuadas ao modelo numérico inicial visam o seu melhoramento dinâmico, sendo aplicadas e evoluídas com recurso aos resultados (frequências naturais e modos de vibração) calculados espontaneamente no ANSYS para cada caso, Tabela 4.6. Todas as alterações introduzidas conduziram a melhoramentos sucessivos do componente mecânico estrutural. No entanto, a nova nervura (representada no modelo numérico 7) tem uma influência variável, dependendo do seu comprimento, dimensão, profundidade, etc. A definição da forma desta nervura contribui assim num caso de necessidade de aplicação da metodologia de “updating” para a optimização das suas dimensões. Os pontos geométricos que constituem a criação base da nervura aplicada no modelo numérico 7 podem ter coordenadas variáveis [Subcapítulo 4.5], coordenadas que são os parâmetros variáveis na utilização do optimizador, assim como a espessura do componente pode também ser uma variável.

Tabela 4. 6 – Comparação entre frequências naturais para os diversos modelos numéricos.

Modos de Vibração	Frequências Naturais [Hz]							
	Mod. Num. Inicial	Mod. Num. 1	Mod. Num. 2	Mod. Num. 3	Mod. Num. 4	Mod. Num. 5	Mod. Num. 6	Mod. Num. 7
1°	91,70	91,59	91,64	91,66	91,55	91,51	95,83	95,87
2°	135,54	135,49	135,57	131,00	130,97	130,97	134,81	130,07
3°	189,27	189,38	189,42	-----	-----	-----	189,98	-----
4°	214,08	216,44	217,06	215,41	217,83	218,03	215,43	219,70
5°	290,98	299,16	300,80	290,15	297,56	298,49	293,22	301,01

A análise dinâmica espontânea efectuada aos modelos numéricos criados com as sucessivas alterações permite fazer uma comparação directa entre as frequências naturais de cada modelo em função dos modos de vibração. Na Tabela 4.6 são apresentadas as frequências naturais dos modelos numéricos e pode concluir-se que as pequenas alterações efectuadas não demonstram alterações significativas de valor para os primeiros modos de vibração, à excepção nos modelos numéricos 6 e 7, onde a aplicação da nervura cria uma melhoria significativa para o primeiro modo de vibração.

4.4 Definição dos Nós de Aquisição de Dados

Para colocar em prática a metodologia de “updating” ao modelo com a nova nervura é necessário criar um conjunto de condições de aplicação do processo. A escolha dos nós da malha de elementos finitos é uma dessas condições. Os nós servem como pontos para extracção de resultados que caracterizam os modos de vibração em cada análise efectuada no ANSYS. Esta escolha influencia os resultados durante a optimização no MATLAB, devido à qualidade dos resultados de optimização que utiliza nos parâmetros geométricos variáveis. Para que os resultados sejam representativos é necessário que a escolha dos nós seja em pontos geométricos comuns em todos os modelos numéricos alterados, não sendo possível aplicar sempre o mesmo número de nós para cada ponto geométrico, pois cada modelo numérico tem o seu conjunto de nós ligeiramente diferente para a extracção de resultados. A escolha dos nós foi baseada em pontos geométricos chave dos diferentes modelos numéricos de forma a serem comuns

aos vários modelos e pertencer a ângulos internos da geometria, de modo a evitar modos de vibração localizados.

Na Figura 4.14 é apresentada uma planificação esquemática do componente e indicados os dezoito pontos geométricos, escolhidos como nós da malha, para caracterização dos modos de vibração nos diferentes modelos numéricos.

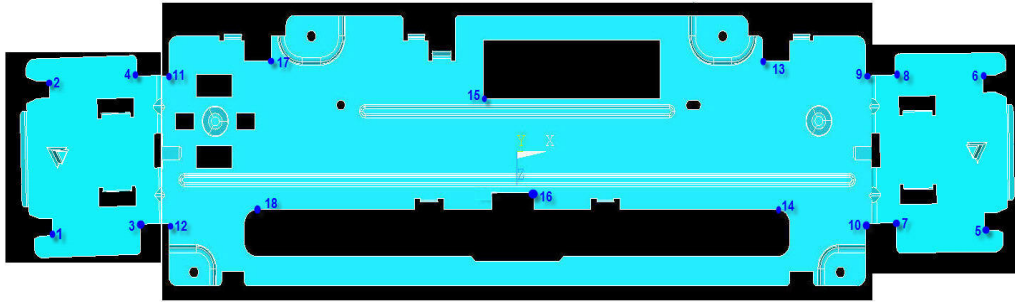


Figura 4. 14 – Escolha dos pontos geométricos.

Os modos de vibração vão ser assim caracterizados pelo deslocamento nos nós escolhidos mas é necessário ter atenção a existência dos modos de vibração rígidos e falsos. Os modos de vibração rígidos são a rotação e translação da peça em torno dos eixos cartesianos. Os modos de vibração falsos são deformações localizadas na peça e este tipo de modos de vibração não podem ter influência na optimização feita pelo MATLAB. Assim é aplicado um critério de exclusão destes modos nas funções `trarex2.m` e `traren3.m`, critério feito pelo valor médio do somatório da deformação do modo de vibração dos diversos pontos considerados e é apresentado pela seguinte equação:

$$Valor\ Médio = \frac{\sum |vectorModal|}{n^o\ de\ pontos} \leq 1,65 \quad (4.3)$$

A Tabela 4.7 apresenta os valores médios da deformação para cada modo de vibração e respectiva frequência natural, referentes aos primeiros 20 modos de vibração excluindo os modos de vibração rígidos iniciais. Os valores destacados a amarelo são valores que se encontram abaixo do valor atribuído (1,65) para excluir os modos de vibração falsos e frequências naturais.

Tabela 4. 7 – Valores médios da deformação para cada modo de vibração para as respectivas frequências naturais.

Freq. Nat.[Hz]	V. Médio (Mod. Num. inicial)	V. Médio (Mod. Num. 1)	V. Médio (Mod. Num. 2)	V. Médio (Mod. Num. 3)	V. Médio (Mod. Num. 4)	V. Médio (Mod. Num. 5)	V. Médio (Mod. Num. 6)	V. Médio (Mod. Num. 7)
1ª	2,85	2,83	2,83	3,07	3,05	3,05	2,85	3,06
2ª	2,19	2,18	2,18	2,30	2,29	2,30	2,18	2,29
3ª	1,34	1,33	1,34	2,91	2,91	2,91	1,38	2,91
4ª	2,85	2,85	2,85	3,66	3,65	3,64	2,85	3,62
5ª	3,65	3,64	3,65	2,16	2,14	2,15	3,63	2,15
6ª	2,04	2,04	2,04	2,48	2,46	2,44	2,04	2,44
7ª	2,14	1,73	1,67	3,10	2,99	3,04	1,96	3,02
8ª	1,81	2,14	2,21	3,46	3,41	3,47	1,95	3,57
9ª	2,66	2,64	2,64	4,88	4,72	4,90	2,64	4,93
10ª	2,64	2,57	2,56	4,37	4,21	4,38	2,56	4,38
11ª	3,66	3,64	3,65	3,70	3,60	3,66	3,70	3,65
12ª	4,34	4,34	4,32	2,90	2,92	2,92	4,34	2,89
13ª	4,39	4,41	4,40	2,92	2,83	2,90	4,40	2,89
14ª	2,51	2,51	2,51	1,70	1,68	1,71	2,42	1,54
15ª	2,52	2,55	2,56	2,22	2,22	2,22	2,54	2,23
16ª	2,65	2,64	2,63	2,29	2,30	2,30	2,74	2,34
17ª	1,25	1,27	1,26	2,17	2,15	2,18	1,16	2,06
18ª	2,30	2,30	2,29	2,25	2,10	2,27	2,17	2,36
19ª	2,34	2,34	2,34	3,28	3,00	3,29	2,35	3,27
20ª	2,56	2,54	2,53	2,69	2,53	2,69	2,47	2,57

Os valores apresentados na Tabela 4.7 são calculados pela razão entre o vector modal, que é o somatório dos valores de deslocamento (em módulo) dos nós localizados nos pontos geométricos escolhidos para a recolha dos dados e pelo número de nós onde é efectuada a recolha. Esta recolha de dados é feita após a análise dinâmica de cada modelo numérico criado no subcapítulo anterior e guardada num ficheiro TXT.

A exclusão dos modos de vibração deve-se ao critério aplicado, em que o valor é arbitrado com auxílio da visualização gráfica dos modos de vibração nos diversos modelos numéricos e por análise da Tabela 4.7. Por exemplo, quando o modelo numérico inicial é sujeito a melhoramento pelo algoritmo, o terceiro modo de vibração é excluído, pois a soma dos deslocamentos dos nós dividida pelo número de nós é inferior ao valor estipulado na equação 4.3. É com base neste capítulo que é avaliado se o modo de vibração é de carácter local ou global, e tem influência durante o processo de melhoramento automático da estrutura.

4.5 Definição da Nervura Aplicada no Modelo Numérico 7

A criação da nervura no modelo numérico inicial e no modelo numérico 5 dando origem aos modelos numéricos 6 e 7, Figura 4.15, por análise dinâmica com o programa de elementos finitos, apresenta alterações significativas quando comparado com o modelo numérico inicial, ao nível das frequências naturais, Tabela 4.8.

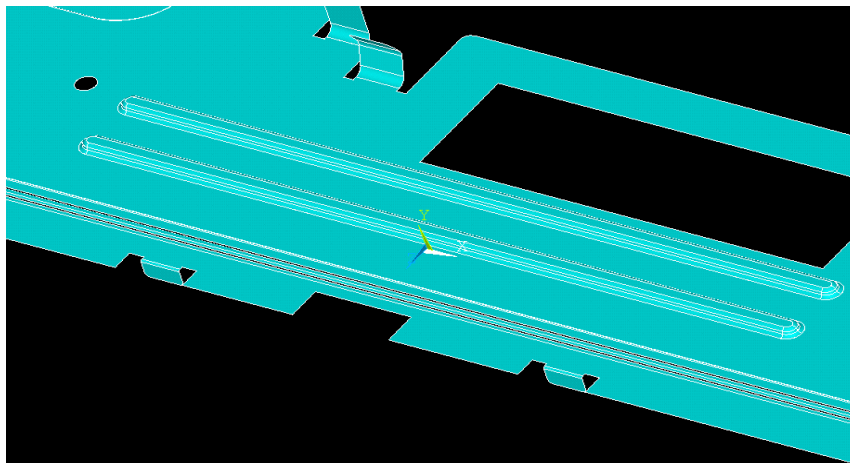


Figura 4. 15 – Terceira nervura criada nos modelos numéricos inicial e 5.

Tabela 4. 8 – Comparação das frequências naturais entre os modelos numéricos inicial, 6 e 7.

Modos de Vibração	Frequências Naturais do Modelo Numérico Inicial	Frequências Naturais do Modelo Numérico 6	Frequências Naturais do Modelo Numérico 7
1°	91,70	95,83	95,87
2 °	135,54	134,81	130,07
3 °	189,27	189,98	-----
4 °	214,08	215,43	219,70
5 °	290,98	293,22	301,01

Com a criação da nervura originando novos modelos obtém-se melhorias significativas em alguns modos de vibração, como por exemplo no primeiro modo de vibração onde há uma melhoria de cerca de 4Hz para ambos os modelos numéricos,

melhorias estas que também se evidenciam para outros modelos numéricos à flexão. No caso do segundo modo de vibração, à torção, não apresenta melhoria, pelo contrário a nervura prejudica o comportamento dinâmico do componente, no modelo numérico 6 não é significativo, no modelo numérico 7 a redução já é significativa, mas esta não se deve apenas à criação da nervura mas também à remoção da tira de material na parte superior da ranhura da entrada do CD. Por este facto o terceiro modo de vibração do modelo numérico inicial não tem correspondência no modelo numérico 7, alteração apresentada na Figura 4.3.

A nervura será parametrizada quanto ao seu comprimento, estes parâmetros são variáveis no processo de optimização, e a parametrização será feita de acordo com a representação esquemática da Figura 4.16.

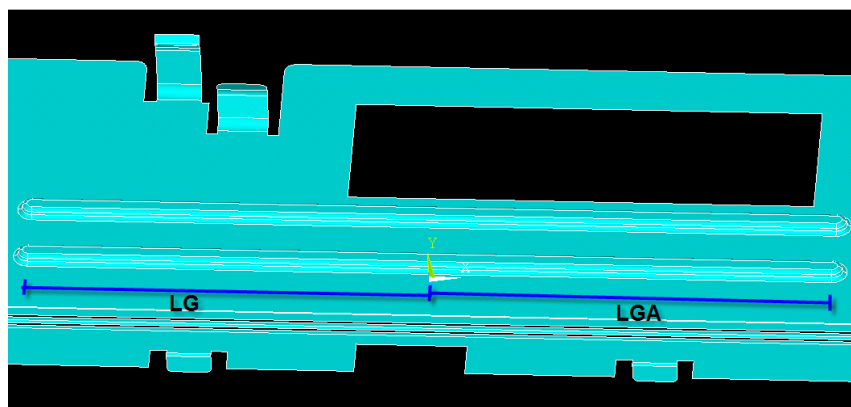


Figura 4. 16 – Parâmetros variáveis do comprimento da nervura.

Os parâmetros variáveis do comprimento da nervura definidos como LG, para o comprimento da nervura no sentido negativo do eixo cartesiano XX e LGA para o comprimento da nervura no sentido positivo do eixo cartesiano XX. A razão de ser aplicados dois parâmetros de comprimento diferentes deve-se à não existência de simetria do componente, podendo a nervura ser aumentada mais num sentido que noutro.

4.6 **Sumário e Discussão**

Neste capítulo são identificadas as propriedades que influenciam o comportamento dinâmico do componente estrutural, propriedades que devem ser definidas *a priori* da resolução do problema. Tais propriedades são referentes às características do material, como o módulo de elasticidade, a densidade e o coeficiente de Poisson; à geometria do material e à definição dos nós da malha de elementos finitos onde são extraídos os valores que caracterizam os modos de vibração.

Na caracterização do material são aplicados os valores: de 125GPa para o módulo de elasticidade, de 7545 para a densidade e de 0,377 para o coeficiente de Poisson.

A geometria é alterada após uma análise prévia ao modelo numérico inicial, sendo apresentadas as primeiras frequências naturais e modos de vibração. As alterações são efectuadas no sentido de provocar melhorias no comportamento dinâmico dos modelos numéricos, sendo efectuadas alterações geométricas evoluindo na análise por elementos finitos para que seja possível criar *a posterior* uma comparação entre os modelos numéricos resultantes dessas alterações. O modelo numérico inicial é a origem dos modelos numéricos apresentados havendo uma evolução nas alterações propostas, com base nos resultados das características dinâmicas calculadas em cada caso.

A definição dos nós é fundamental para caracterizar os modos de vibração para as respectivas frequências. Esta definição dos nós deve ser sempre efectuada nos mesmos pontos geométricos, para os diferentes modelos numéricos. Na escolha dos pontos geométricos é necessário ter em atenção o facto da existência de modos de vibração localizados.

A definição da nervura aplicada aos modelos numéricos inicial e 5 resulta em melhoria para alguns modos de vibração, nos modelos numéricos 6 e 7. Pelas melhorias provocadas no comportamento dinâmico é feita a parametrização do comprimento da nervura, onde os parâmetros são variáveis no processo de optimização dos modelos numéricos.

CAPÍTULO 5 – OPTIMIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

5.1 Introdução

A optimização do componente estrutural é efectuada com recurso ao MATLAB, utilizando o ANSYS como programa para proceder à análise modal. A partir da construção do modelo numérico inicial é feita uma parametrização geométrica no sentido de melhorar o componente, respeitando o principal objectivo de melhorar o componente dinamicamente e se possível diminuir a massa deste. Assim os parâmetros geométricos são escolhidos de entre os possíveis de serem alterados com influência na dinâmica do componente.

Como já referido a optimização é feita por comparação entre o modelo numérico a melhorar e o modelo de referência. Para que seja feita a optimização do componente é necessário definir o modelo de referência, este modelo de referência é construído com base no modelo numérico inicial do componente estrutural em estudo.

5.2 Modelo de Referência

A construção do modelo de referência é feita a partir de uma análise modal com o ANSYS à geometria inicial do componente estrutural, definindo os nós e a direcção cartesiana dos pontos geométricos para extracção dos resultados (modos de vibração e frequências naturais) que caracterizam o comportamento dinâmico de referência. Obtêm-se assim os ficheiros de resultados do modelo de referência com a designação `modnumda.txt` e `modnumdb.txt`, que estão agrupando na tabela 5.1.

Tabela 5. 1 – Dados do modelo de referência

Freq. Nat. de Ref. [Hz]	Valores dos modos de vibração nos 18 nós de leitura																	
	X399	X410	X363	X279	X43	X32	X50	X25	Y81	Y85	Y103	Y175	Y144	Y254	Y196	Y232	Y114	Y243
91,70	-5,32	-5,33	-1,07	-1,08	5,24	5,25	1,06	1,08	-4,04	-3,66	-4,12	-3,88	0,06	-0,12	4,74	5,01	0,01	-0,28
135,54	0,81	-0,62	0,56	-0,58	1,02	-0,37	0,59	-0,52	4,80	-4,61	-4,82	4,49	4,80	-2,96	-0,35	0,03	-4,53	2,94
189,26	-0,80	-1,40	-0,05	-0,33	0,76	1,29	0,07	0,32	-2,24	1,76	-2,36	1,73	-0,83	1,26	2,84	4,11	-0,76	1,18
214,02	-7,95	-8,19	-0,09	-0,28	-7,91	-8,05	-0,09	-0,23	1,44	0,96	-1,46	-0,81	-3,16	-2,97	0,84	-0,87	3,05	2,94
290,98	-9,57	-9,29	-1,37	-1,29	9,29	9,06	1,33	1,30	2,01	1,16	2,48	1,24	1,89	1,87	-4,69	-3,92	1,97	1,95
386,55	1,58	-1,69	0,56	-0,89	0,55	2,48	-0,32	0,48	-1,51	2,19	-2,87	2,40	1,70	-1,16	1,89	-10,0	2,67	-1,79
443,08	-4,64	-6,19	0,91	0,14	-5,09	-6,25	0,83	0,20	-1,69	-2,94	1,56	3,03	0,91	1,05	-0,78	0,54	-0,51	-1,23
459,46	4,54	0,99	0,53	-1,13	5,37	0,64	0,74	-1,37	3,90	-0,79	-3,06	0,17	-3,72	0,69	1,09	0,92	2,62	-0,27
694,63	-4,52	1,03	-1,56	1,46	-3,69	6,09	-1,79	1,29	0,18	1,60	0,34	-0,77	3,19	-5,09	1,33	-1,27	-4,83	3,90
710,98	-0,01	5,41	-1,48	0,14	-1,17	-3,83	1,03	0,22	-1,76	-2,13	-1,81	-2,41	4,18	3,91	-3,88	-5,56	3,27	5,26
747,95	9,52	-6,38	1,76	-2,60	-9,86	7,45	-2,02	2,68	-1,26	-0,57	-1,29	-0,86	6,54	-0,61	-5,19	0,41	6,73	0,12
860,23	15,2	-13,9	2,87	-3,18	14,6	-13,7	2,69	-3,05	-1,23	1,43	1,24	-1,49	-0,32	-0,58	-0,50	-0,59	0,53	0,67
898,70	-13,1	13,4	-2,64	2,33	13,4	-13,7	2,51	-2,40	-1,78	0,94	-1,77	0,82	2,59	0,19	-2,84	-1,16	2,86	0,57
1102,83	1,91	1,09	-1,62	-1,66	1,71	1,39	-1,68	-1,64	1,09	1,38	-0,83	-1,31	-6,76	-4,99	-2,30	2,23	7,03	4,64
1196,24	1,27	-2,59	0,39	0,57	5,23	-4,82	-0,26	0,19	-0,69	0,93	1,11	0,23	7,45	-6,02	2,53	5,20	-1,99	-3,99
1217,09	5,63	-5,30	-0,20	0,27	1,50	-2,78	0,29	0,63	-1,25	-0,22	0,67	-0,87	1,93	3,93	1,38	-7,11	-8,26	5,45
1507,02	-2,17	1,70	1,90	1,11	2,13	-1,80	-1,81	-0,77	-0,09	-0,27	-0,08	-0,25	-0,44	-1,49	-2,22	-1,16	-0,77	-2,32
1528,41	-0,86	0,78	-0,65	-1,10	1,25	-2,02	1,05	2,04	0,06	-0,16	0,55	0,15	6,17	1,61	-4,09	11,53	4,79	-2,57
1595,04	-1,31	2,22	-1,53	-2,69	1,15	-1,90	1,17	2,16	0,19	-0,43	0,32	-0,46	4,94	0,35	9,51	-3,79	5,61	2,35
1819,62	-1,82	0,93	1,05	-0,22	-1,94	1,03	0,92	-0,68	-1,11	-0,40	1,01	0,36	-5,37	7,52	3,07	-6,07	4,63	-7,91

As colunas dos valores apresentados são referentes ao deslocamento de cada nó e a sua direcção cartesiana. Por exemplo “X399” é o nó nº399 na direcção do eixo xx e assim por consequente para os seguintes nós, sendo as linhas a representação dos pares modos de vibração e respectiva frequência natural de referência.

Como o objectivo é melhorar o modelo numérico referente ao componente estrutural em estudo admitiu-se que o melhoramento a efectuar corresponde a elevar as frequências naturais do modelo de referência. Procedeu-se então ao acréscimo na ordem dos 5Hz em todas as frequências naturais de referência, como objectivo da optimização a efectuar no MATLAB. A Tabela 5.2 mostra os novos valores das frequências naturais no modelo de referência, para os mesmos modos de vibração nos 18 pontos. Este tipo de melhoramento é controverso e não será sempre assim. No entanto, para o objectivo deste trabalho, considera-se este caso como um exemplo abrangente de entre as diversas hipóteses.

Tabela 5. 2 – Novos valores para as frequências naturais do modelo de referência.

Frequências naturais [Hz] do modelo numérico inicial	Frequências naturais de referência [Hz]
91,70	95,70
135,54	140,54
189,26	194,26

Tabela 5. 2 (Cont.) – Novos valores para as frequências naturais do modelo de referência.

Frequências naturais [Hz] do modelo numérico inicial	Frequências naturais de referência [Hz]
214,02	219,02
290,98	295,98
386,55	391,55
443,08	448,08
459,46	464,46
694,63	699,63
710,98	715,98
747,95	752,95
860,23	865,23
898,70	903,70
1102,83	1107,83
1196,24	1201,24
1217,09	1222,09
1507,02	1512,02
1528,41	1533,41
1595,04	1600,04
1819,62	1824,62

Nesta tabela apenas estão apresentadas as 20 primeiras frequências naturais que servem de referência, mas o aumento na ordem dos 5Hz é aplicado a um conjunto de valores que exceda 1,8 vezes o número de nós que caracterizam os modos de vibração, como referido no capítulo 3.5.

5.3 Frequências Naturais e Modos de Vibração

As alterações geométricas apresentadas no capítulo 4.3 efectuadas ao modelo numérico inicial do componente tiveram como referência de evolução as frequências naturais e modos de vibração calculados no ANSYS, resultados que permitem comparar as alterações propostas.

Os resultados do modelo numérico inicial do componente servem de referência para comparação de resultados, apresentando na Tabela 5.3 as frequências naturais, para os primeiros modos de vibração não rígidos, dos modelos numéricos:

Tabela 5. 3 – Comparação das frequências os modelos numéricos apresentados.

Modos de Vibração	Frequências Naturais [Hz]							
	Mod. Num. Inicial	Mod. Num. 1	Mod. Num. 2	Mod. Num. 3	Mod. Num. 4	Mod. Num. 5	Mod. Num. 6	Mod. Num. 7
1°	91,70	91,59	91,64	91,66	91,55	91,51	95,83	95,87
2°	135,54	135,49	135,57	131,00	130,97	130,97	134,81	130,07
3°	189,27	189,38	189,42	-----	-----	-----	189,98	-----
4°	214,08	216,44	217,06	215,41	217,83	218,03	215,43	219,70
5°	290,98	299,16	300,80	290,15	297,56	298,49	293,22	301,01
6°	386,55	387,93	388,22	381,47	383,43	383,74	386,51	383,74

Os modelos numéricos apresentam modos de vibração idênticos para as respectivas frequências naturais próximas, desta forma são apresentados alguns modos de vibração dos diferentes modelos numéricos. A Figura 5.1 apresenta o primeiro modo de vibração para a frequência natural de 91,66Hz, representando o modo de vibração global à flexão, do modelo numérico 3.

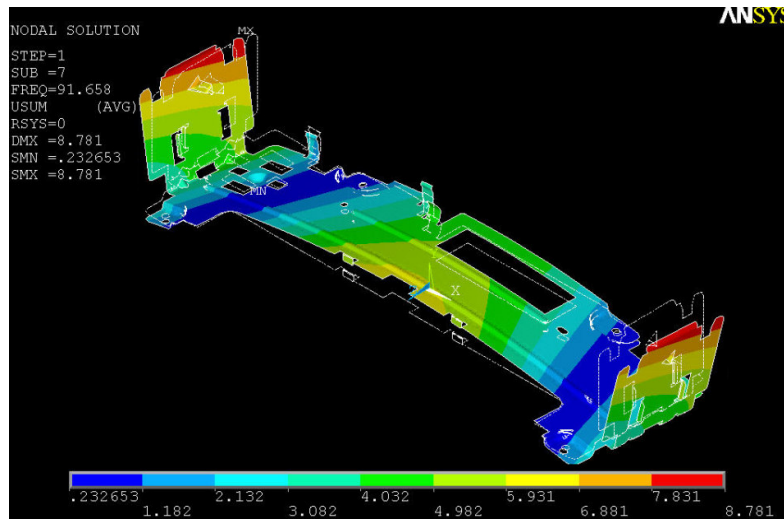


Figura 5. 1 – Primeiro modo de vibração do modelo numérico 3.

O segundo modo de vibração apresentado na Figura 5.2, referente ao modo de vibração global à torção, no modelo numérico 4, para a frequência 189,98Hz.

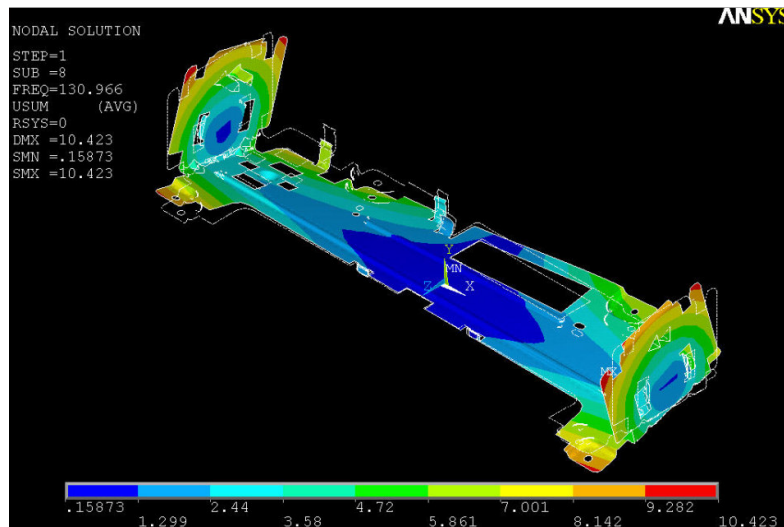


Figura 5.2 – Segundo modo de vibração do modelo numérico 4.

A Figura 5.3 apresenta o terceiro modo de vibração, localizado, para a frequência de 189,98Hz na tira de material na parte superior da ranhura para entrada do CD, no modelo numérico 6.

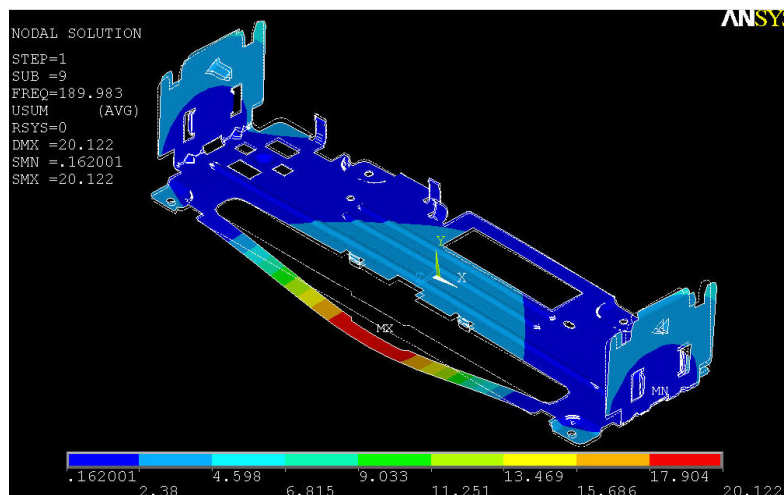


Figura 5.3 – Terceiro modo de vibração do modelo numérico 6.

Os modos de vibração apresentados nas Figura 5.4 e 5.5 não apresentam pontos de relevo a destacar, são modos de vibração de flexão referentes às frequências Hz e Hz dos modelos numéricos 5 e 7, respectivamente.

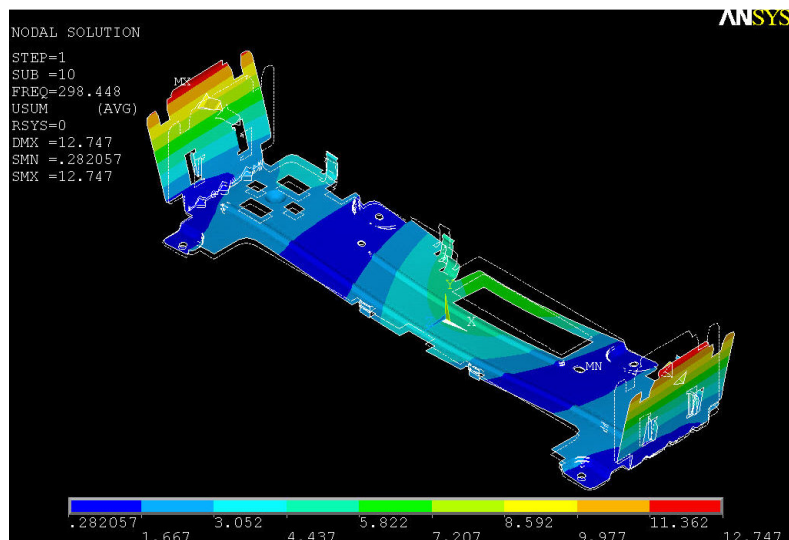


Figura 5. 4 – Quarto modo de vibração do modelo numérico 5.

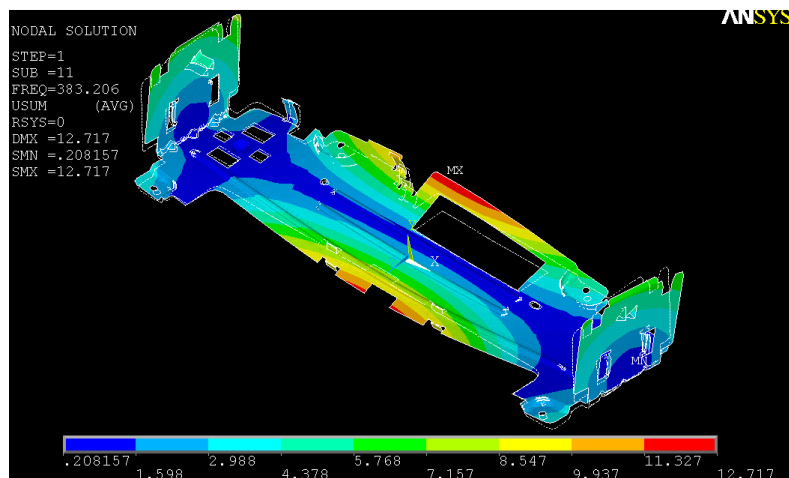


Figura 5. 5 – Quarto modo de vibração do modelo numérico 7, referente ao quinto modo de vibração do modelo numérico inicial.

Os modos de vibração para os diferentes modelos numéricos que aqui são apresentados vêm comprovar o já referido, onde os modos de vibração são idênticos em todos os modelos numéricos (comparação com os modos de vibração apresentados no subcapítulo 4.3), não podendo ser considerados iguais pelo facto de a respectiva frequência natural não ser igual, para tal contribuiu as alterações geométricas.

Os diferentes modelos numéricos do componente são submetidos ao otimizador, a fim de obter o óptimo de cada, permitindo assim fazer uma comparação dos valores obtidos em cada uma.

5.4 Optimização do Modelo Numérico

A fase de optimização deste trabalho passa inicialmente por introduzir pormenores de forma a alterar o modelo numérico inicial apresentadas no capítulo 4.3, com o objectivo de melhoramento do seu comportamento dinâmico, e procurar determinar quais as melhores variáveis para optimizar o comportamento dinâmico do modelo. As variáveis são obtidas por alterações geométricas que precedem a optimização dos modelos numéricos efectuada pelo algoritmo desenvolvido. A optimização [subcapítulo 3.5] aplicada aos modelos numéricos é testada inicialmente, fazendo apenas variar a espessura do componente estrutural, com o principal objectivo de melhorar o comportamento dinâmico do componente e como secundário reduzir massa.

A optimização dos modelos numéricos criados a partir do modelo numérico inicial do componente estrutural, tendo como parâmetro de variação a espessura, é obtida a solução óptima para cada problema através de sucessivas iterações efectuadas pelo optimizador. Os resultados da optimização são apresentados no Anexo I, tais como, os valores atribuídos pelo optimizador à variável, a matriz MAC através do qual é calculado o valor da função objectivo e a matriz de frequências naturais.

Na Tabela 5.4 são mostrados os resultados obtidos da optimização dos diferentes modelos numéricos. Nesta tabela não só são apresentados os resultados, tais como: valor óptimo da função objectivo, e respectivo valor da variável (espessura) e os novos valores das frequências naturais. Podendo assim fazer-se uma comparação directa entre os resultados.

Tabela 5. 4 – Comparação dos resultados da otimização nos modelos numéricos variando a espessura.

		Modelo numérico Inicial		Modelo numérico 1		Modelo numérico 2		Modelo numérico 3	
Espessura [mm]	Lim. Inf.	0,64		0,64		0,64		0,64	
	V. Ini.	0,80		0,80		0,80		0,80	
	Lim. Sup.	0,88		0,88		0,88		0,88	
V. mín. da f. objectivo		16,6467		16,6735		15,8740		15,1587	
V. ópt. da Esp. [mm]		0,8010		0,8006		0,8006		0,8110	
ω_{ref}		ω_{ini}	ω_{fin}	ω_{ini}	ω_{fin}	ω_{ini}	ω_{fin}	ω_{ini}	ω_{fin}
95,7		91,7	92,3	91,6	91,6	91,6	91,7	91,7	92,9
140,5		135,5	137,1	135,5	135,6	135,6	135,7	131,0	134,1
219,0		214,0	216,0	216,4	216,6	217,1	217,2	215,4	219,1
296,0		291,0	293,9	299,2	299,3	300,8	301,0	290,2	295,9
391,6		386,6	390,8	387,9	388,2	388,2	388,5	381,5	389,9
448,1		443,1	447,9	450,0	450,3	451,0	451,3	454,7	463,8
Massa [g]	59,5	59,2		59,4		59,5		54,5	
	59,6	60,0		59,6		59,6		56,0	

Tabela 5.4 (Cont.) – Comparação dos resultados da otimização nos modelos numéricos variando a espessura.

		Modelo numérico 4		Modelo numérico 5		Modelo numérico 6		Modelo numérico 7	
Espessura [mm]	Lim. Inf.	0,64		0,64		0,64		0,64	
	V. Ini.	0,80		0,80		0,80		0,80	
	Lim. Sup.	0,88		0,88		0,88		0,88	
V. mín. da f. objectivo		16,8999		16,8912		15,1577		17,0502	
V. ópt. da Esp. [mm]		0,8063		0,8010		0,8025		0,7999	
ω_{ref}		ω_{ini}	ω_{fin}	ω_{ini}	ω_{fin}	ω_{ini}	ω_{ini}	ω_{ini}	ω_{fin}
95,7		91,6	91,9	91,5	92,1	95,8	96,0	95,9	95,9
140,5		131,0	131,9	130,9	132,4	134,8	135,2	130,1	130,1
219,0		217,8	219,0	218,0	219,9	215,4	215,9	219,7	219,7
296,0		297,6	299,4	298,4	301,4	293,2	293,9	301,0	301,0
391,6		383,4	386,1	383,7	388,0	386,5	387,6	383,2	383,2
448,1		464,1	467,1	465,3	469,9	444,4	445,6	469,9	469,9
Massa [g]	V. ini.	54,9		54,9		59,6		55,2	
	V. fin.	55,2		55,6		59,7		55,2	

Comparando-se as frequências naturais de referência apresentadas na tabela 5.4, com as da tabela 5.2, verifica-se que a terceira frequência não é apresentada, para a 194,26Hz, porque está afectada de um modo de vibração localizado na tira de material na parte superior da ranhura de entrada do CD, como já se tinha demonstrado, não favorecendo o melhoramento dos modelos numéricos. Esta situação de anulação de

frequências naturais acontece antes do melhoramento, como já tinha sido referido no subcapítulo 4.4, por aplicação do critério apresentado na equação 4.3.

O valor óptimo da espessura é o valor atribuído pelo otimizador para calcular o mínimo da função objectivo (os valores atribuídos pelo otimizador à espessura e respectivo valor da função objectivo podem ser consultados nas tabelas Anexo I, sendo essa tabela acompanhada por um gráfico, que traduz a evolução da função, para os diferentes modelos numéricos).

Em comparação directa entre os vários resultados apresentados na tabela, pode-se afirmar que a optimização de cada modelo numérico não traduziu resultados significativos. Neste caso, fez-se variar apenas a espessura e comparando os valores iniciais e óptimos desta, não apresenta grande diferença, sendo estas diferenças insignificantes, pois tem-se como valor inicial da espessura 0,80mm. Assim, em termos de melhoramento do comportamento dinâmico não existem melhorias, porque para se melhorar o comportamento dinâmico de forma significativa, apenas fazendo variar a espessura, é necessário que esta seja aumentada de forma significativa. Se isto acontecesse ia de encontro ao objectivo secundário pretendido, reduzir a massa do componente, contudo como isso não se sucedeu e a massa pouco ou nada se alterou.

Como os objectivos são melhorar o comportamento dinâmico e reduzir a massa do mesmo, é importante introduzir novos parâmetros, deste modo é parametrizada a nervura do modelo numérico 7. A escolha deste modelo numérico deve-se ao facto do seu comportamento dinâmico ser idêntico ao do modelo de referência, e também por este modelo apresentar uma diminuição da massa do componente.

A correlação dos modos de vibração, é representada pela matriz MAC afectada pelo ASMAC, e das frequências naturais para o modelo numérico inicial apresentado pela Figura 5.6. Nesta figura representa-se do lado esquerdo (Figura 5.6a) a matriz MAC afectada pelo ASMAC e do lado direito (Figura 5.6b) a matriz coluna de correlação entre frequências naturais.

Nas matrizes MAC apresentadas, os valores em cada eixo são modos de vibração, no eixo das abcissas são representados os modos de vibração do modelo numérico calculado e no eixo das ordenadas são representados os modos de vibração do modelo de referência.

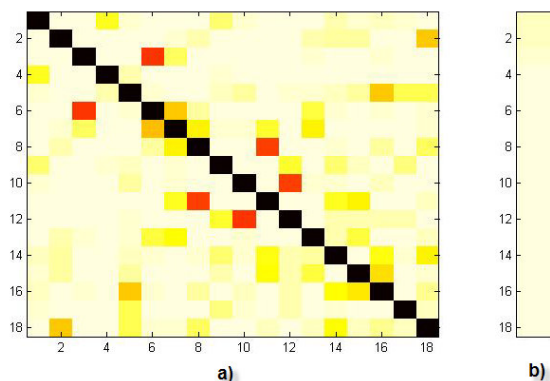


Figura 5. 6 – Representação gráfica da matriz: a) MAC afectado pelo ASMAC e b) frequências naturais; para o modelo numérico inicial.

Como mostra a Figura 5.6a) existe uma boa correlação entre os modos de vibração do modelo numérico inicial e final, após a procura do valor óptimo da espessura a matriz MAC apresenta uma diagonal com cores escuras. Existe assim uma perfeita correlação, porque o modelo numérico de referência foi criado a partir do modelo numérico inicial. O mesmo se pode afirmar da correlação entre as frequências naturais. Neste caso a matriz coluna de frequências naturais apresenta cores claras ao longo de toda a sua extensão, Figura 5.6b).

A Figura 5.7 mostra a representação gráfica da correlação dos modos de vibração e das frequências naturais para a optimização a partir do modelo numérico 1, modelo evoluído do modelo numérico inicial.

Como acontece na correlação dos modos de vibração do modelo numérico inicial o mesmo ocorre na correlação dos modos de vibração do modelo numérico 1, a diagonal da matriz MAC com cores escuras, Figura 5.7a), havendo um bom emparelhamento entre os modelos numéricos e de referência, pela razão apresentada no modelo anterior. A mesma explicação se aplica para a matriz de frequências naturais, Figura 5.7b). As alterações realizadas no modelo numérico não são significativas em relação ao comportamento dinâmico da estrutura. No entanto representam reduções de custo na conformação da peça pelo que representa uma evolução de melhoramento.

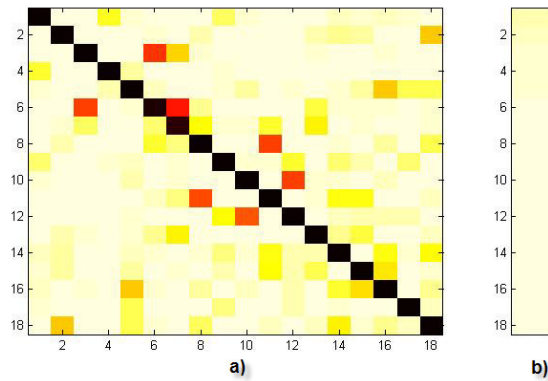


Figura 5. 7 – Representação gráfica da matriz: a) MAC afectado pelo ASMAC e b) frequências naturais; para o modelo numérico 1.

A representação gráfica da correlação entre os modos de vibração e as frequências naturais após a optimização do modelo numérico 2 é apresentada na Figura 5.8.

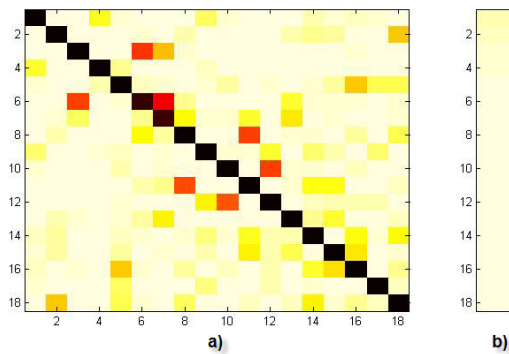


Figura 5. 8 – Representação gráfica da matriz: a) MAC afectado pelo ASMAC e b) frequências naturais; para o modelo numérico 2.

A argumentação empregue para a representação gráfica da matriz MAC e das frequências naturais dos dois modelos anteriores serve também para o modelo numérico 2, pois este modelo numérico é uma evolução proveniente dos modelos numéricos anteriores. Verifica-se, neste caso, um leve melhoramento do comportamento dinâmico após a optimização, com a introdução da alteração sugerida, apresentando uma aproximação em relação ao modelo de referência.

A correlação dos modos de vibração, matriz MAC, e das frequências naturais do modelo numérico 3, evolução do modelo numérico inicial, é apresentada na Figura 5.9a) e 5.9b), respectivamente.

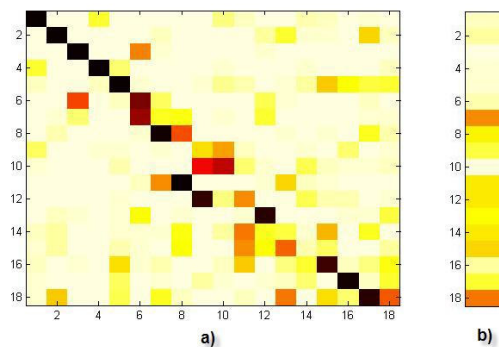


Figura 5. 9 – Representação gráfica da matriz: a) MAC afectado pelo ASMAC e b) frequências naturais; para o modelo numérico 3.

Pela representação gráfica da Figura 5.9a) verifica-se que existe uma boa correlação para os seis primeiros modos de vibração, o mesmo ocorre nas frequências naturais, Figura 5.9b. A partir do sexto modo de vibração a correlação não acontece correctamente, este facto deve-se ao desaparecimento da tira de material removida, Figura 4.4. Verifica-se ainda que a correlação entre os modos de vibração do modelo numérico 3, a partir do sexto modo de vibração deixa de ter um bom emparelhamento, pelo facto de alguns modos de vibração serem eliminados devido às alterações criadas, o que se torna positivo para o melhoramento do comportamento dinâmico do componente estrutural. No caso dos modelos numéricos 4 e 5 serem uma evolução do modelo numérico 3, a forma de emparelhamento dos modos de vibração e das frequências naturais acontece do mesmo modo, sendo apresentados nas Figuras 5.10 e 5.11, respectivamente.

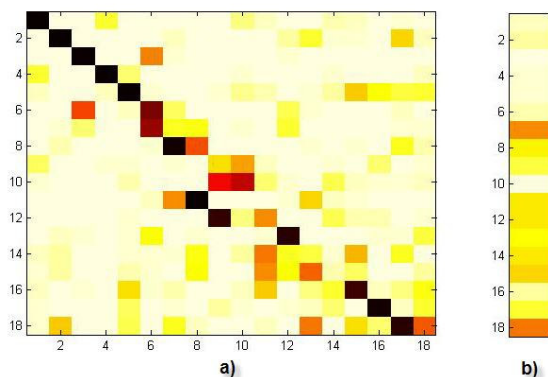


Figura 5. 10 – Representação gráfica da matriz: a) MAC afectado pelo ASMAC e b) frequências naturais; para o modelo numérico 4.

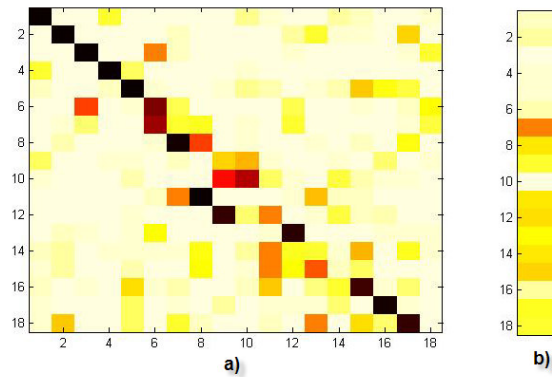


Figura 5. 11 – Representação gráfica da matriz: a) MAC afectado pelo ASMAC e b) frequências naturais; para o modelo numérico 5.

Como já referido, verificam-se algumas semelhanças em relação ao caso do modelo numérico 3, apresentando um ligeiro decréscimo no melhoramento com a função objectivo a ter um ténue incremento.

O modelo numérico 6 criado a partir do modelo numérico inicial, em que apenas foi acrescentada uma nervura, apresenta uma boa correlação entre os modos de vibração e entre as frequências naturais com o modelo de referência, Figura 5.12.

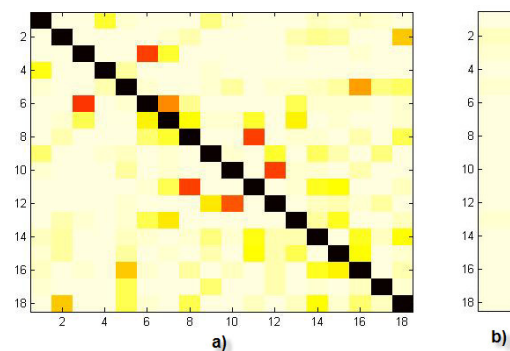


Figura 5. 12 – Representação gráfica da matriz: a) MAC afectado pelo ASMAC e b) frequências naturais; para o modelo numérico 6.

A função objectivo reduziu bastante, para um valor de 15,1577 porque os valores das frequências naturais acima do sexto modo mantêm-se relativamente próximas dos valores de referência. Pode-se concluir que a tira de material na parte superior da ranhura para entrada do CD tem influência também nestes modos de vibração embora,

no caso presente, onde se pretende obter uma solução melhor para a estrutura, o aumento do valor das frequências naturais traduz-se em alterações do tipo de ruído. No entanto este problema só se pode pôr se a estrutura estiver sujeita a excitações neste campo de frequências.

No modelo numérico 7 por ser a aplicação da nervura no modelo numérico 5, a correlação entre modos de vibração e entre as frequências naturais apenas existe um bom emparelhamento nos seis primeiros modos de vibração, Figura 5.13a) e nas seis primeiras frequências naturais, Figura 5.13b).

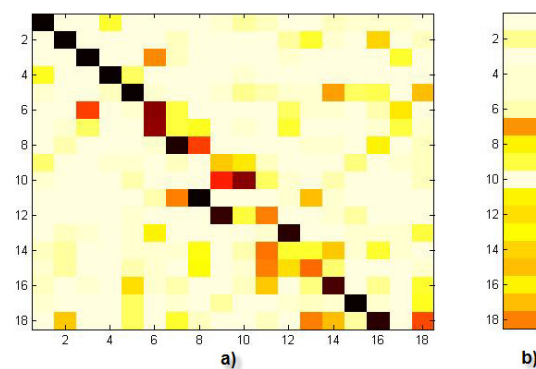


Figura 5. 13 – Representação gráfica da matriz: a) MAC afectado pelo ASMAC e b) frequências naturais; para o modelo numérico 7.

Como o principal objectivo deste trabalho é melhorar o comportamento dinâmico do componente estrutural em estudo, salienta-se a importância dos primeiros modos de vibração de cada modelo numérico para caracterizar o melhoramento do comportamento dinâmico. Para frequências naturais superiores à do sexto modo de vibração, o problema deixa de ser do nível estrutural e passa a ser ruído, tema este que já não está relacionado com o trabalho. Assim por observação das representações gráficas das matrizes MAC afectadas do ASMAC, tem-se um bom emparelhamento em todos os modelos numéricos para os seis primeiros modos de vibração, quando sujeitos à optimização imposta. Efectuando uma comparação directa entre as frequências naturais iniciais e finais de cada modelo numérico, verifica-se que a optimização não apresenta melhorias significativas a destacar nos modelos numéricos. Quando comparadas as frequências dos modelos numéricos com as do modelo numérico de referência, apenas há a destacar a os modelos numéricos 6 e 7 que apresentam uma melhoria significativa no primeiro modo de vibração (à flexão), por aplicação da nervura.

Concluída esta fase do melhoramento do comportamento dinâmico e redução da massa do componente estrutural, vai procede-se a uma fase seguinte de optimização do modelo numérico 7 mas procurando obter uma solução optimizada da forma da nervura. Introduzem-se, então, variáveis de optimização associadas à forma da nervura variando o comprimento da nervura, e aplica-se assim parâmetros variáveis, LGA e LG no sentido positivo e negativo do eixo cartesiano xx, respectivamente, Figura 5.14.

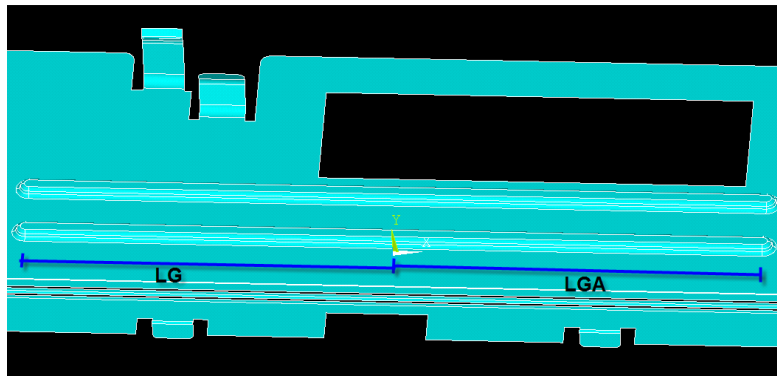


Figura 5. 14 – Parâmetros variáveis aplicados ao comprimento da nervura.

A escolha da aplicação da nervura com comprimento variável neste modelo numérico reside no facto deste modelo numérico ter apresentado melhores resultados na fase de optimização anterior quando comparada a frequência natural do primeiro modo de vibração com o modelo numérico inicial, e haver uma redução significativa da massa, por corte da tira de material na parte superior da ranhura para entrada do CD. Na Tabela 5.5. são apresentados os valores dos parâmetros variáveis, bem como o limite inferior e superior imposto ao optimizador, são assim aplicados diferentes valores iniciais aos parâmetros de comprimento, originando assim a criação de dois novos modelos numéricos V7.1 e V7.2, com o objectivo de comparar posteriormente a influência do facto dos valores iniciais serem diferentes.

Tabela 5. 5 - Parâmetros geométricos da nervura a variar.

Parâmetros Variáveis	Modelo Numérico V7.1		Modelo Numérico V7.2	
	LG	LGA	LG	LGA
Limite inferior [mm]	28,0	28,0	35,0	35,0
Valor inicial [mm]	40,0		50,0	
Limite Superior [mm]	48,0	56,0	50,0	60,0

A partir do modelo numérico 7, são criados estes dois novos modelos numéricos que sujeitos ao otimizador, obtém-se os resultados apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5. 6 - Comparação dos resultados de optimização.

		Modelo numérico 7			Modelo numérico V7.1			Modelo numérico V7.2		
		Limite Inferior	Valor Inicial	Limite Superior	Limite Inferior	Valor Inicial	Limite Superior	Limite Inferior	Valor Inicial	Limite Superior
Espessura [mm]		0,64	0,80	0,88	0,64	0,80	0,88	0,64	0,80	0,88
Comprimento LGA [mm]		-----	-----	-----	28,0	40,0	56,0	35,0	50,0	60,0
Comprimento LG [mm]		-----	-----	-----	28,0	40,0	48,0	35,0	50,0	50,0
Valor mínimo da função objectivo		17,0502			16,7208			16,2323		
Valor óptimo da espessura [mm]		0,7999			0,8000			0,8000		
Valor óptimo de LGA[mm]		-----			40,0			50,0		
Valor óptimo de LG[mm]		-----			30,0			40,0		
ω_{ref}		ω_{ini}		ω_{fin}	ω_{ini}		ω_{ini}	ω_{fin}		
95,7		95,9		95,9	97,3		97,3	98,2		
140,5		130,1		130,1	129,8		129,8	129,8		
219,0		219,7		219,7	222,3		222,3	225,2		
296,0		301,0		301,0	301,0		301,0	301,6		
391,6		383,2		383,2	383,4		383,4	383,4		
448,1		469,9		469,9	474,6		474,6	476,5		
Massa [g]	V. ini.	55,2			55,3			55,4		
	V. fin.	55,2			55,3			55,4		

Da tabela 5.4 pode concluir-se que para o melhoramento imposto aos modelos numéricos V7.1 e V7.2, a mesma não apresenta alterações de valor. Comparando os valores iniciais e finais das variáveis, espessura e comprimento LGA estes não sofrem qualquer alteração, já o comprimento LG sofre uma diminuição de 10mm, mas mesmo assim não interfere no comportamento dinâmico, pois as frequências naturais iniciais e finais são exactamente iguais, não havendo melhoramento no comportamento dinâmico. Isto acontece porque o otimizador considera que estes valores iniciais já são bons para a solução do problema, pois se se comparar as frequências naturais destes dois modelos numéricos criados com as frequências naturais do modelo de referência, verifica-se que estas são ligeiramente superiores, apresentando assim um melhor comportamento dinâmico que aquele que se pretende como solução. Destes resultados, pode ainda concluir-se que quanto maior for o comprimento da nervura melhor é o comportamento dinâmico à flexão.

A correlação entre os modos de vibração e entre as frequências naturais para estes dois novos modelos numéricos apresenta um bom emparelhamento nos seis primeiros

modos de vibração e das frequências naturais, como já era esperado, visto que estes modelos numéricos provêm do modelo numérico 5 ao qual foi cortada a tira de material na parte superior da ranhura para entrada do CD. As Figuras 5.14 e 5.15 apresentam a correlação entre os modos de vibração e entre as frequências naturais para os modelos numéricos V7.1 e V7.2.

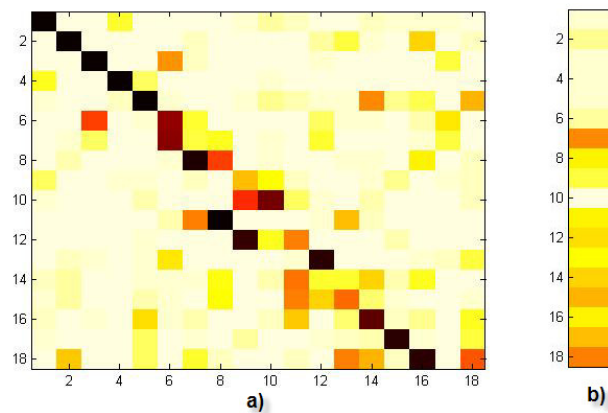


Figura 5. 15 – Representação gráfica da matriz: a) MAC afectado pelo ASMAC e b) frequências naturais; para o modelo numérico V7.1.

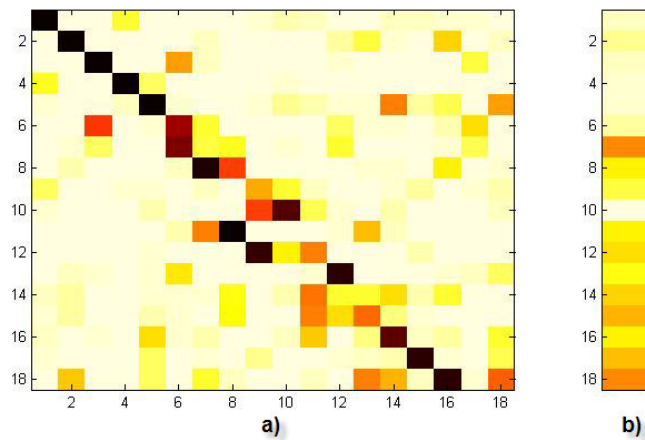


Figura 5. 16 – Representação gráfica da matriz: a) MAC afectado pelo ASMAC e b) frequências naturais; para o modelo numérico V7.2.

A existência de um bom emparelhamento entre os primeiros modos de vibração e entre as frequências naturais respectivas, em relação à referência, conduz a um aumento significativo do valor das primeiras frequências naturais, o que significa uma melhoria

no comportamento dinâmico da peça, com o aumento do comprimento da nervura, cumprindo assim um dos objectivos. Mas no que respeita à redução de massa do componente, como não existe redução da espessura o valor da massa não sofre alterações e a alteração da forma devido à introdução da nervura não tem significado neste aspecto.

Para atingir o objectivo de reduzir massa do componente estrutural aumenta-se o comprimento da nervura para o seu valor máximo, Tabela 5.7, e efectua-se uma análise modal no programa ANSYS, em termos de espessura.

Tabela 5. 7 - Valores para o comprimento máximo da nervura.

Valor LGA máximo [mm]	57,428560
Valor LG máximo [mm]	50,928070

Recorrendo mais uma vez ao programa de elementos finitos, ANSYS, efectua-se então novas análises modais utilizando espessuras diferentes, obtendo-se as frequências naturais e massas de cada modelo numérico, Tabela 5.8.

Tabela 5. 8 - Resultados das análises modais efectuadas no ANSYS.

Valor da Espessura [mm]	Modelos Numéricos		
	0,80	0,75	0,70
ω_{ref} [Hz]	ω_{80} [Hz]	ω_{75} [Hz]	ω_{70} [Hz]
95,7	98,6	95,8	93,2
140,5	129,9	122,4	114,89
219,0	226,9	217,5	208,11
296,0	302,5	287,70	272,81
391,6	383,12	362,25	341,32
448,1	476,89	453,70	430,31
Valor da Massa [g]	55,6	52,0	48,5

Como é esperado a redução da espessura piora o comportamento dinâmico do modelo numérico, no entanto com uma redução de espessura de 0,10mm consegue-se ter um melhor comportamento dinâmico do modelo numérico (por exemplo: primeiro modo de vibração) quando comparado com o modelo numérico inicial, e reduzir simultaneamente a massa do componente em cerca de 10grama por peça.

5.5 Sumário e Discussão

Neste capítulo são apresentados os principais resultados finais do trabalho. É definido o modelo de referência e são utilizados os modelos numéricos criados no capítulo anterior para optimização. As frequências naturais e os modos de vibração mais importantes para caracterizar o comportamento dinâmico do componente estrutural são identificados, bem como os resultados da optimização e os resultados do melhoramento, com vista a satisfazer os objectivos pretendidos.

O modelo de referência constituído por modos de vibração e frequências naturais é criado a partir do modelo numérico inicial, modificando as frequências naturais em cerca de 5Hz, pois estas têm um peso relevante no comportamento dinâmico do modelo numérico. Na correlação entre os modos de vibração é utilizada a matriz MAC afectado pelo ASMAC, que é calculada a partir das frequências naturais de referência e as frequências naturais do modelo numérico a melhorar.

As frequências naturais e os modos de vibração são usados para caracterizar o comportamento dinâmico do componente, pelo que servem de base para as decisões de evolução dos modelos numéricos através das alterações geométricas e servem de base para a comparação entre os diferentes modelos numéricos. Esta informação é utilizada pelo optimizador para calcular a matriz MAC (correlação entre modos de vibração) afectado pelo factor ASMAC (calculada a partir das frequências naturais), que é para assegurar um correcto emparelhamento entre os modos de vibração e as respectivas frequências naturais.

O resultado da optimização aos modelos numéricos é apresentado segundo o óptimo da função objectivo que é construída a partir do MAC em função das variáveis do projecto. A comparação dos resultados pode ser feita de uma forma directa entre os valores das variáveis iniciais e finais da optimização, bem como pelos resultados que caracterizam o comportamento dinâmico do componente. A optimização realizada aos modelos numéricos criados com as alterações geométricas efectuadas, processa-se de forma regular conforme o esperado, mas não apresenta melhorias significativas para os objectivos propostos. Por isso recorre-se à aplicação de parâmetros geométricos variáveis sobre a nervura criada no modelo numérico 7, obtendo-se assim melhorias no comportamento dinâmico, resultando num óptimo da função. Por fim, recorre-se ao

ANSYS para realizar análises modais, utilizando o modelo numérico 7, pois este modelo numérico apresenta melhor comportamento dinâmico e menor massa. Esta análise é feita após a alteração do comprimento da nervura, aplicando valores máximos e faz-se variar a espessura, no sentido de reduzir a massa significativamente e obter o melhor comportamento dinâmico possível sem perder as funcionalidades do componente na sua aplicação prática. Como resultado final foi possível reduzir 10grama de massa do componente e simultaneamente melhorar o seu comportamento dinâmico.

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES

6.1 Conclusões

No trabalho realizado fez-se uma exposição dos conceitos de dinâmica de estruturas e vibrações mecânicas recorrendo a análise modal de estruturas. Apresentando-se a equação diferencial de movimento aplicada à dinâmica de estruturas, o tipo de análise dinâmica efectuada, o elemento finito aplicado a cascas utilizado na análise modal de estruturas em estudo e o método para extracção de valores e vectores próprios.

O programa de elementos finitos para análise modal do componente estrutural usado é o ANSYS. O ANSYS é interagido normalmente pela vertente gráfica ou através da linguagem de comandos. A utilização deste programa de cálculo permite ao algoritmo a obtenção com mais eficácia dos dados necessários à optimização.

Apresentou-se a estrutura do ficheiro do modelo numérico para que fosse possível ser lido pelo programa de cálculo, ANSYS, e pelo algoritmo de optimização, em MATLAB. Efectuou-se uma abordagem ao método de optimização, para uma melhor percepção da sua funcionalidade, dado que é através dele que se vai obter o mínimo da função objectivo. Esta função visa minimizar os parâmetros aplicados ao problema de forma a obter o óptimo e é calculada a partir da matriz MAC, correlação entre os modos de vibração do modelo de referência e do modelo numérico calculado, afectado do factor ASMAC de correlação entre as frequências naturais envolvidas.

Os modelos numéricos de referência e sujeitos a optimização, foram construídos tendo em conta as propriedades do componente estrutural, tendo a nível do material como a nível geométrico, pois estas propriedades são fundamentais para a qualidade dos resultados. Assim, foi determinado o módulo de elasticidade do material dos modelos muito inferiores ao previsto, obtendo-se um valor de 125GPa, o coeficiente de Poisson, de valor 0,377 e a densidade, de valor 7545. Ao nível geométrico foram feitas pequenas alterações de forma a criar melhorias de pré-optimização no comportamento dinâmico,

bem como a selecção dos nós onde se recolhem os resultados da caracterização dos modos de vibração.

Para a optimização ser executada a cada um dos modelos numéricos criados para as diferentes geometrias foi necessário criar o modelo de referência, modelo este criado a partir do modelo numérico da geometria inicial, sendo-lhe acrescentados cerca de 5Hz às frequências naturais sem alterar os respectivos modos de vibração. Esta alteração tem subjacente que para um determinado modelo estrutural, sujeito a esforço dinâmico, quanto maior forem as suas frequências naturais, melhor será o seu comportamento em termos de vibrações. Isto nem sempre é verdade, mas aceita-se esta hipótese como uma das mais abrangentes em torno da aplicação. É também aceite que as frequências naturais mais influentes são normalmente as mais baixas.

Assim, apresentou-se as primeiras frequências naturais de cada modelo numérico, para obter uma comparação directa entre os modelos numéricos e analisar-se a influência das alterações geométricas, no melhoramento do seu comportamento dinâmico e conclui-se que apenas o acréscimo de uma nervura à geometria inicial proporciona melhorias. As restantes alterações são insignificantes. Os primeiros modos de vibração apresentados pela componente gráfica são iguais para os diferentes modelos numéricos, diferindo apenas no terceiro modo de vibração do modelo numérico inicial, onde o modo de vibração é localizado na tira de material na parte superior da ranhura de entrada do CD, motivo pelo qual foi criado o modelo numérico 3 e eliminado este modo de vibração.

A conclusão que se pode fazer quanto à optimização dos modelos numéricos criados, por observação da representação gráfica das matrizes MAC e correlação das frequências naturais, é que foi realizada com sucesso, em todos os modelos numéricos. Mas para os modelos numéricos 3, 4, 5 e 7 onde foi retirada a tira de material na parte superior da ranhura de entrada do CD, há uma boa correlação entre os primeiros modelos, mas o desaparecimento de alguns modos de vibração, como por exemplo o sétimo modo de vibração referente ao modelo numérico inicial, origina um emparelhamento incorrecto entre os modelos numéricos calculados e o modelo numérico de referência. Quanto aos resultados após a optimização de cada modelo numérico, não apresentam valores relevantes, ou seja, o óptimo para cada um dos parâmetros nos diferentes modelos numéricos é sempre muito perto dos valores iniciais,

pois os modelos numéricos calculados foram criados a partir do modelo numérico inicial, bem como o modelo de referência. No entanto, a nível das frequências naturais a evolução é interessante principalmente para as frequências mais altas, embora os respectivos modos de vibração sofram alterações consideráveis em relação aos do modelo de referência. Estas alterações não são muito graves relativamente ao objectivo do trabalho.

A optimização de dois modelos numéricos com uma nervura, de diferentes comprimentos como parâmetros variáveis, apenas veio comprovar o já explicado no parágrafo anterior, destacando apenas que com o aumento do comprimento da nervura obtém-se uma melhoria significativa no primeiro modo de vibração, um aumento da frequência natural. Por esta razão e pelo facto de não se conseguir atingir um valor da função objectivo mais eficiente, recorreu-se ao ANSYS, aplicando um comprimento máximo à nervura no modelo numérico 7. A escolha deste modelo numérico deve-se ao facto de apresentar uma redução de massa e uma melhoria já considerável no comportamento dinâmico em relação à referência. Pelas análises modais [Capítulo 5.4 Tabela 5.8] pode concluir-se que é possível reduzir a massa e obter melhorias no comportamento dinâmico quando comparadas com os valores do modelo numérico inicial.

Outros melhoramentos podem ser conseguidos introduzindo alterações geométricas na peça mais aprofundadas, como por exemplo introduzindo abas nas extremidades. No entanto, as peças sofrendo muitas alterações tornam-se incompatíveis com a sua aplicação no auto-rádio, pelo que se considera que atinja o limite possível.

No anexo II é apresentado um artigo que foi apresentado no X Congresso Ibero-Americano em Engenharia Mecânica, onde se pretendeu expor a principal ideia do trabalho.

6.2 Propostas de Trabalhos Futuros

No desenvolvimento deste trabalho foi importante definir determinadas características que influenciam os modelos numéricos, nomeadamente características do material, bem como a escolha dos pontos geométricos aos quais estão associados nós

dos elementos finitos de onde são extraídos os dados que caracterizam os modos de vibração. É nesta fase do trabalho que se criam algumas dificuldades, pois é essencial escolher os melhores pontos geométricos para caracterizarem cada modo de vibração; assim, sugere-se para trabalho futuro desenvolver um algoritmo com base no programa de elementos finitos que seleccione os melhores nodos que caracterizam os modos de vibração.

Na fase de optimização do trabalho, sendo esta a parte mais importante do mesmo, o algoritmo optimizador deveria apresentar melhor interactividade, pois foi necessário efectuar algumas correcções de adaptação, tais como: o critério apresentado na equação 4.3, directorias de localização do programa de elementos finitos e dos ficheiros TXT, etc. e todos os dados do algoritmo que tiveram de ser alterados, dado que foi necessário procurá-los de forma manual. Propõe-se que seja alterado o algoritmo para que tenha uma interface mais automatizada, porque há certos dados do algoritmo que variam de trabalho para trabalho e com a máquina onde é processado. Ainda relacionado com a optimização, mas na fase de correlação dos modos de vibração, verificou-se que na optimização de alguns modelos numéricos o emparelhamento entre os modos de vibração a partir de determinada frequência natural não dói bem conseguida. Assim como trabalho futuro propõe-se que seja efectuada uma análise ao algoritmo para melhorar o emparelhamento e assim ser possível obter melhor correlação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Allemang R. J., Brown D. L., (1982), A Correlation Coefficient For Modal Vector Analysis, *Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference (IMAC I)*, Orlando, Florida.

Ansys Structural Analysis Guide, Ansys Release 9.0, (2004), U.S.A.

Arora, J. S., (2004), *Introduction to Optimum Design*, Second edition, Elsevier, California.

Azevedo A. F. M., (2003), *Método dos Elementos Finitos*, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal.

Caesar B, Peter J., (1987), Direct update of dynamic mathematical models from modal test data, *AIAA Journal*, **25**, pp. 1494-1499.

Chen J. C., Garba J., (1980), Analytical Model Improvement Using Modal Test Results, *AIAA Journal*, **18**, pp. 684-690.

Choi K., Kim N., (2005), *Structural Sensitivity Analysis and Optimization*, Volume 1, University of Texas at Austin, Texas, U.S.A.

Chong, E. K. P. And Zak, S. H., (2001), *An Introduction to Optimization*, John Wiley & Sons, New York, U.S.A.

Christodoulou K., Ntotsios E., Papadimitriou C., Panetsos P., (2008), *Structural Model Updating and Prediction Variability Using Pareto Optimal Models*, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Thessaly, Volos, Greece, pp. 138-149.

Collins J. D., Hart G. C., Hasselman T. K., Kennedy B., (1974), Statistical Identification of Structures, *AIAA Journal*, **12**, pp. 185-190.

Dourado M., (2009), *Desenvolvimento de Modelos de Elementos Finitos Reduzidos de Estruturas para Aplicação a Modelos de Veículos Automóveis*, Tese de Mestrado, Escola Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães, Portugal.

Ewins D. J., (2000), *Modal Testing: Theory and Practice*, Second Edition, Research Studies Press Ltd., Hertfordshire, England.

Fertis D. G., (1984), *Dynamics and Vibration of Structures*, Robert E. Krieger, Malabar, Florida, U.S.A.

Fletcher R., (1987), *Practical Methods of Optimization*, Second Edition, John Wiley & Sons, New York, U.S.A.

Friswell M. I., Mottershead J. E., (1995), *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publishers, University of Wales Swansea, Swansea, Wales.

He J., (1987), *Identification of Structural Dynamics Characteristics*, PhD Thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, England.

He J., Fu Z., (2001), *Modal Analysis*, Butterworth-Heinemann, Oxford, United Kingdom.

Jaishi B., Ren W-X., (2007), Finite Element Model Updating Based on Eigenvalue and Strain Energy Residuals Using Multiobjective Optimization Technique, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **21**, pp. 2295-2317.

Kabé A.M., (1987), Stiffness Matrix Adjustment Using Mode Data, *AIAA Journal*, **23**(9), pp. 1431-1436.

Levin R. I., Lieven N., (1998), Dynamic FiniteE Model Updating Using Simulated Annealing and Genetic Algorithm, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **12**, pp. 91-120.

Lin R.M., (1990), *Identification of the Dynamic Characteristics of Non-linear Structures*, PhD Thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, England.

Lin R. M., Lim M. K., Du H., (1995), Improved Inverse Eigensensitivity Method for Structural Analytical Model Updating, *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, **117**, pp. 192-198.

Liu X., Yi W., Li Q., Shen P., (2008), Genetic evolutionary structural optimization; *Journal of Construction Steel Research*, **64**; pp.305-311.

Logan D. L., (2001), *A First Course in the Finite Element Method Using Algor*, University of Wisconsin-Platteville, Brooks-Cole, Pacific Grove, U.S.A.

Meireles J. F. B., (2007), *Análise Dinâmica de Estruturas por Modelos de Elementos Finitos Identificados Experimentalmente*, Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães, Portugal.

Meirovitch L., (2001), *Fundamentals of Vibrations*, McGraw Hill, Reprinted edition, New York, U.S.A.

Moura Branco C.A.G., (1998), *Mecânica dos Materiais*, 3ª Edição, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, Portugal.

Modak S. V., Kundra T. K., Nakra B. C., (2000), Model Updating Using Constrained Optimization, *Mechanics Research Communications*, **27**, pp. 543-551.

Negrão N., Heusi de Silva F. V., (1971), *Vibrações Mecânicas*, Editora McGraw-Hill do Brasil Lda., Brasil.

Norto R.L., (2000), *Projecto de Máquinas – Uma Abordagem Integrada*, Traduzido por Laura Bocco, Artmed Editora S.A., São Paulo, Brasil.

Pepper D.W., Heinrich J.C., (1992), *The Finite Element Method: Basic Concepts and Applications*, Volume 1, Taylor & Francis, E.U.A.

Piersol A.G., Paez T.L., (2010), *Harri's Shock and Vibration Handbook*, Sixth Edition, McGraw-Hill Companies, U.S.A.

Ren W., Chen H., (2010), Finite Element Model Updating in Structural Dynamics by Using the Response Surface Method, *Engineering Structures*, **32**, pp. 2455-2465.

Smith S.W., Beattie C.A., (1991), Secant-Method Adjustment for Structural Models, *AIAA Journal*, **29**, pp. 119-126.

Soriano H.L., (2003), *Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas*, Edusp, São Paulo, Brasil.

Venkataraman, P., (2009), *Applied Optimization with Matlab Programming*, Second Edition, John Wiley, Inc., New Jersey, U.S.A.

Wu J.R., Li Q.S., (2006), Structural Parameter Identification and Damage Detection for a Steel Structure Using a Two-Stage Finite Element Model Updating Method, *Journal of Constructional Steel Research*, **62**, pp. 231-239.

Zhang X., Ding H., (2008), Design Optimization for Dynamic Response of Vibration Mechanical System with Uncertain Parameters Using Convex Model, *Journal of Sound and Vibration*, **318**, pp. 406-415.

Zimmerman D.C., Yap K., (1999), Hasselman T., Evolutionary approach for model refinement, *Mechanical Systems and Signal Processin*, **13**, pp. 609-625.

Zivanovic S., Pavic A., Reynolds P., (2007), Finite Element Modelling and Updating of a Lively Footbridge: The Complete Process, *Journal of Sound and Vibration*, **301**, pp.126-145.

PUBLICAÇÕES

Sá J., Meireles J., (2011), Optimização do Comportamento Dinâmico de um Componente Estrutural de um Auto-Rádio, *X Congresso Ibero-Americano em Engenharia Mecânica*, pp. 541-551, Porto, Portugal.

ANEXO I – ANÁLISE DA SENSIBILIDADE DA FUNÇÃO OBJECTIVO EM RELAÇÃO ÀS VARIÁVEIS

No melhoramento dos diferentes modelos numéricos alvo deste trabalho, recorre-se à variação de determinadas variáveis para se obter um melhoramento do seu comportamento. As variáveis em análise são a espessura, o comprimento LG e o comprimento LGA. Assim, neste anexo são apresentados alguns resultados provenientes do processo de optimização dos diferentes modelos numéricos.

Na Tabela A1.1 é apresentada a matriz MAC afectada do factor ASMAC, correspondente à correlação dos modos de vibração do modelo numérico inicial calculado e do modelo numérico de referência, que sujeito ao processo de optimização apenas se fez variar a espessura. É a partir desta tabela de valores que é criada a representação gráfica da matriz MAC (Figura 5.6).

Tabela A1. 1 – Resultados da correlação entre o modelo numérico inicial e o modelo de referência, matriz MAC afectada pelo ASMAC.

	Modelo Numérico (18 nós)																	
Modelo de referência (18 nós)	1,00	0,00	0,00	0,19	0,02	0,00	0,01	0,00	0,11	0,01	0,00	0,00	0,00	0,04	0,02	0,03	0,02	0,00
	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,07	0,07	0,00	0,00	0,30
	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,52	0,13	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00
	0,18	0,00	0,00	1,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,02	0,00	0,00	0,05	1,00	0,02	0,00	0,00	0,03	0,06	0,01	0,02	0,01	0,03	0,06	0,31	0,14	0,15
	0,00	0,00	0,52	0,00	0,02	1,00	0,30	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,16	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01
	0,00	0,01	0,14	0,00	0,00	0,32	1,00	0,24	0,02	0,01	0,18	0,00	0,23	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01
	0,00	0,04	0,01	0,00	0,00	0,07	0,25	1,00	0,00	0,00	0,51	0,00	0,01	0,01	0,01	0,06	0,01	0,13
	0,11	0,00	0,00	0,01	0,03	0,00	0,02	0,00	1,00	0,00	0,01	0,18	0,00	0,11	0,04	0,00	0,10	0,00
	0,01	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00	0,02	0,00	0,01	1,00	0,00	0,52	0,01	0,01	0,00	0,04	0,01	0,01
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,18	0,51	0,01	0,00	1,00	0,00	0,01	0,19	0,25	0,00	0,00	0,03
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,17	0,52	0,00	1,00	0,00	0,05	0,05	0,04	0,05	0,00
	0,00	0,05	0,01	0,00	0,01	0,16	0,23	0,01	0,00	0,01	0,01	0,00	1,00	0,05	0,17	0,00	0,01	0,03
	0,04	0,07	0,01	0,01	0,03	0,01	0,00	0,01	0,11	0,01	0,20	0,04	0,06	1,00	0,00	0,20	0,01	0,23
	0,02	0,06	0,00	0,00	0,07	0,01	0,01	0,00	0,04	0,00	0,23	0,05	0,16	0,00	1,00	0,27	0,00	0,02
	0,03	0,00	0,01	0,00	0,31	0,02	0,00	0,06	0,00	0,04	0,00	0,04	0,00	0,22	0,25	1,00	0,00	0,08
	0,02	0,00	0,01	0,00	0,14	0,00	0,00	0,01	0,10	0,01	0,00	0,05	0,01	0,01	0,00	0,00	1,00	0,03
	0,00	0,30	0,00	0,00	0,14	0,01	0,01	0,13	0,00	0,01	0,03	0,00	0,03	0,23	0,03	0,07	0,03	1,00

Nota: Valor a “Bold” referentes ao maior valor na linha, células a cinza indica a diagonal.

No processo de melhoramento efectuado pelo optimizador ao modelo numérico inicial, foram atribuídos valores à espessura de forma aleatória, dentro dos limites estabelecidos, calculando a partir de cada valor o correspondente da função objectivo, até determinar o óptimo da variável que é dado pelo mínimo da função. Os valores referentes a este processo de cálculo são apresentados na Tabela A1.2. O valor destacado é referente ao mínimo da função.

Tabela A1. 2– Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico inicial.

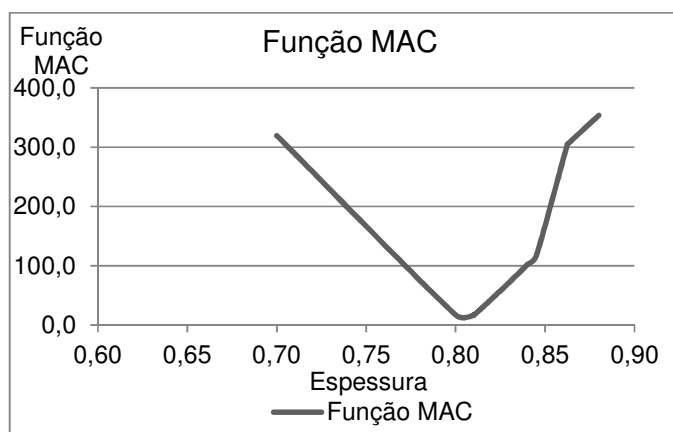
Espessura	Função MAC
0,800	17,056
0,700	319,505
0,880	353,659
0,840	101,785
0,820	43,773
0,810	16,670
0,710	289,146
0,880	353,659
0,845	116,533
0,828	64,783
0,819	40,236
0,814	28,141
0,812	22,192
0,811	19,326
0,811	17,932
0,810	17,261
0,810	16,965
0,810	16,818
0,810	16,744
0,810	16,707
0,810	16,688
0,810	16,660
0,710	289,159
0,862	304,810
0,836	90,289
0,823	52,548
0,817	34,046
0,813	25,140
0,812	20,702
0,811	18,614
0,810	17,570
0,810	17,103
0,810	16,882
0,810	16,771
0,810	16,716
0,810	16,688
0,810	16,674

Tabela A1.2 (Cont.) – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico inicial.

Espessura	Função MAC
0,810	16,654
0,710	289,169
0,862	304,747
0,836	90,250
0,823	52,525
0,817	34,030
0,813	25,128
0,812	20,692
0,811	18,605
0,810	17,562
0,810	17,096
0,810	16,875
0,810	16,764
0,810	16,709
0,810	16,681
0,810	16,667
0,810	16,647
0,710	289,179

Os valores da Tabela A1.2 podem ser traduzidos sob a forma gráfica, Gráfico A1.1, onde o gráfico representada parte da função objectivo, onde foi determinado o seu mínimo.

Gráfico A1.1 – Função MAC afectada pelo ASMAC em função da espessura para o modelo numérico inicial.



Na Tabela A1.3 é apresentada a matriz MAC afectada do factor ASMAC, correspondente à correlação dos modos de vibração do modelo numérico 1 calculado e do modelo numérico de referência, que sujeito ao processo de optimização apenas se fez variar a espessura. É a partir desta tabela de valores que é criada a representação gráfica da matriz MAC (Figura 5.7).

Tabela A1. 3 - Resultados da correlação entre o modelo numérico 1 e o modelo de referência, matriz MAC afectada pelo ASMAC.

	Modelo Numérico (18 nós)																	
	1,00	0,00	0,00	0,19	0,01	0,00	0,00	0,00	0,12	0,02	0,00	0,00	0,00	0,04	0,02	0,03	0,01	0,00
Modelo de referência (18 nós)	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,08	0,06	0,00	0,00	0,30
	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,53	0,29	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00
	0,18	0,00	0,00	1,00	0,07	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,02	0,00	0,00	0,05	1,00	0,03	0,01	0,00	0,02	0,06	0,01	0,02	0,01	0,02	0,07	0,31	0,14	0,14
	0,00	0,00	0,51	0,00	0,02	0,94	0,58	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00	0,16	0,02	0,01	0,02	0,01	0,01
	0,00	0,01	0,13	0,00	0,00	0,12	0,93	0,23	0,01	0,02	0,18	0,00	0,25	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01
	0,00	0,04	0,01	0,00	0,00	0,18	0,09	1,00	0,00	0,00	0,51	0,00	0,01	0,01	0,00	0,06	0,00	0,14
	0,11	0,00	0,00	0,01	0,03	0,01	0,01	0,00	0,99	0,01	0,01	0,18	0,00	0,11	0,05	0,00	0,10	0,00
	0,01	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00	0,01	0,00	0,00	1,00	0,00	0,52	0,01	0,01	0,00	0,04	0,01	0,01
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,10	0,50	0,00	0,00	1,00	0,00	0,01	0,21	0,21	0,00	0,00	0,03
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,22	0,49	0,00	1,00	0,00	0,04	0,05	0,04	0,05	0,00
	0,00	0,05	0,01	0,00	0,01	0,08	0,24	0,01	0,00	0,01	0,01	0,00	1,00	0,08	0,17	0,00	0,01	0,03
	0,04	0,07	0,01	0,01	0,03	0,01	0,01	0,01	0,10	0,01	0,20	0,04	0,05	1,00	0,00	0,21	0,01	0,23
	0,02	0,06	0,00	0,00	0,07	0,00	0,01	0,00	0,04	0,00	0,23	0,05	0,15	0,00	1,00	0,26	0,00	0,02
	0,03	0,00	0,01	0,00	0,30	0,02	0,00	0,06	0,00	0,04	0,00	0,04	0,00	0,18	0,28	1,00	0,00	0,07
	0,02	0,00	0,01	0,00	0,14	0,01	0,00	0,01	0,10	0,01	0,00	0,05	0,01	0,01	0,00	0,00	1,00	0,03
	0,00	0,30	0,00	0,00	0,14	0,02	0,00	0,14	0,00	0,01	0,03	0,00	0,03	0,23	0,02	0,08	0,03	1,00

Nota: Valor a “Bold” referentes ao maior valor na linha, células a cinza indica a diagonal.

No processo de melhoramento efectuado pelo optimizador ao modelo numérico 1, foram atribuídos valores à espessura de forma aleatória, dentro dos limites estabelecidos, calculando a partir de cada valor o correspondente da função objectivo, até determinar o óptimo da variável que é dado pelo mínimo da função. Os valores referentes a este processo de cálculo são apresentados na Tabela A1.4. O valor destacado é referente ao mínimo da função.

Tabela A1. 4 – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 1.

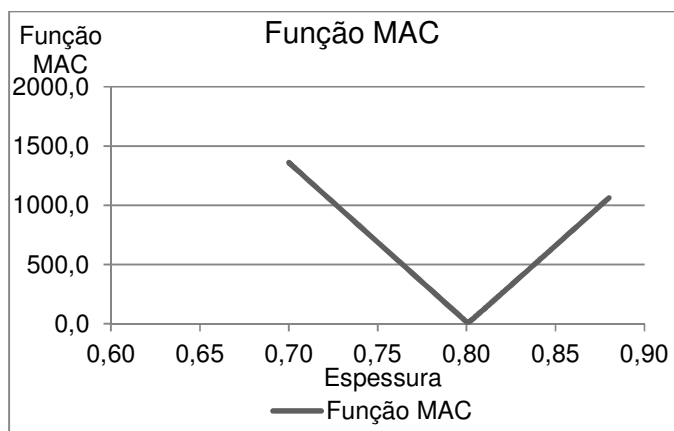
Espessura	Função MAC
0,800	17,056
0,700	1360,561
0,880	1062,038
0,840	526,402
0,820	260,263
0,810	127,136
0,805	61,923
0,803	29,640
0,801	18,404
0,801	16,712
0,701	1352,103
0,880	1062,038
0,840	530,584
0,820	266,516
0,811	134,367
0,806	69,473
0,803	37,392
0,802	22,719
0,801	18,383
0,801	17,540
0,801	17,123
0,801	16,917
0,801	16,815
0,801	16,763
0,801	16,738
0,801	16,699
0,701	1352,169
0,880	1062,038
0,840	530,552
0,820	266,468
0,811	134,311
0,806	69,414
0,803	37,331
0,802	22,674
0,801	18,362
0,801	17,528
0,801	17,110
0,801	16,905
0,801	16,802
0,801	16,750
0,801	16,725
0,801	16,686
0,701	1352,235
0,880	1062,038
0,840	530,519
0,820	266,419
0,811	134,255
0,806	69,355
0,803	37,270
0,802	22,629
0,801	18,342

Tabela A1.4 (Cont.) – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 1.

Espessura	Função MAC
0,801	17,515
0,801	17,097
0,801	16,892
0,801	16,789
0,801	16,738
0,801	16,712
0,801	16,673
0,701	1352,300

Os valores da Tabela A1.4 podem ser traduzidos sob a forma gráfica, Gráfico A1.2, onde o gráfico representada parte da função objectivo, onde foi determinado o seu mínimo.

Gráfico A1.2 – Função MAC afectada pelo ASMAC em função da espessura para o modelo numérico 1.



Na Tabela A1.5 é apresentada a matriz MAC afectada do factor ASMAC, correspondente à correlação dos modos de vibração do modelo numérico 2 calculado e do modelo numérico de referência, que sujeito ao processo de optimização apenas se fez variar a espessura. É a partir desta tabela de valores que é criada a representação gráfica da matriz MAC (Figura 5.8).

Tabela A1. 5 - Resultados da correlação entre o modelo numérico 2 e o modelo de referência, matriz MAC afectada pelo ASMAC.

	Modelo Numérico (18 nós)																	
	1,00	0,00	0,00	0,19	0,01	0,00	0,00	0,00	0,12	0,02	0,00	0,00	0,00	0,04	0,02	0,03	0,01	0,00
Modelo de referência (18 nós)	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,08	0,06	0,00	0,00	0,30
	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,53	0,32	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00
	0,18	0,00	0,00	1,00	0,07	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,02	0,00	0,00	0,05	1,00	0,03	0,01	0,00	0,02	0,06	0,01	0,02	0,01	0,02	0,07	0,31	0,14	0,14
	0,00	0,00	0,50	0,00	0,02	0,91	0,62	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00	0,17	0,02	0,01	0,02	0,01	0,01
	0,00	0,01	0,13	0,00	0,00	0,08	0,90	0,22	0,01	0,02	0,18	0,00	0,25	0,01	0,01	0,00	0,00	0,01
	0,00	0,04	0,01	0,00	0,00	0,22	0,07	1,00	0,00	0,00	0,51	0,00	0,01	0,01	0,00	0,06	0,00	0,14
	0,11	0,00	0,00	0,01	0,03	0,01	0,01	0,00	0,99	0,01	0,01	0,18	0,00	0,11	0,05	0,00	0,11	0,00
	0,01	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	0,01	0,00	0,00	1,00	0,00	0,51	0,01	0,01	0,00	0,04	0,01	0,01
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,08	0,50	0,01	0,00	1,00	0,00	0,01	0,21	0,20	0,00	0,00	0,03
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,24	0,48	0,00	1,00	0,00	0,04	0,05	0,04	0,05	0,00
	0,00	0,05	0,01	0,00	0,01	0,07	0,24	0,01	0,00	0,01	0,01	0,00	1,00	0,08	0,17	0,00	0,01	0,03
	0,04	0,07	0,01	0,01	0,03	0,01	0,01	0,01	0,10	0,01	0,20	0,05	0,05	1,00	0,00	0,21	0,01	0,23
	0,02	0,06	0,00	0,00	0,07	0,00	0,01	0,00	0,04	0,00	0,24	0,04	0,15	0,00	1,00	0,26	0,00	0,02
	0,03	0,00	0,01	0,00	0,30	0,02	0,00	0,06	0,00	0,04	0,00	0,04	0,00	0,18	0,28	1,00	0,00	0,07
	0,02	0,00	0,01	0,00	0,14	0,01	0,00	0,01	0,10	0,01	0,00	0,05	0,01	0,02	0,00	0,01	1,00	0,03
	0,00	0,30	0,00	0,00	0,14	0,02	0,00	0,13	0,00	0,01	0,03	0,00	0,03	0,23	0,02	0,08	0,03	1,00

Nota: Valor a “Bold” referentes ao maior valor na linha, células a cinza indica a diagonal.

No processo de melhoramento efectuado pelo optimizador ao modelo numérico 2, foram atribuídos valores à espessura de forma aleatória, dentro dos limites estabelecidos, calculando a partir de cada valor o correspondente da função objectivo, até determinar o óptimo da variável que é dado pelo mínimo da função. Os valores referentes a este processo de cálculo são apresentados na Tabela A1.6. O valor destacado é referente ao mínimo da função.

Tabela A1. 6 – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 2.

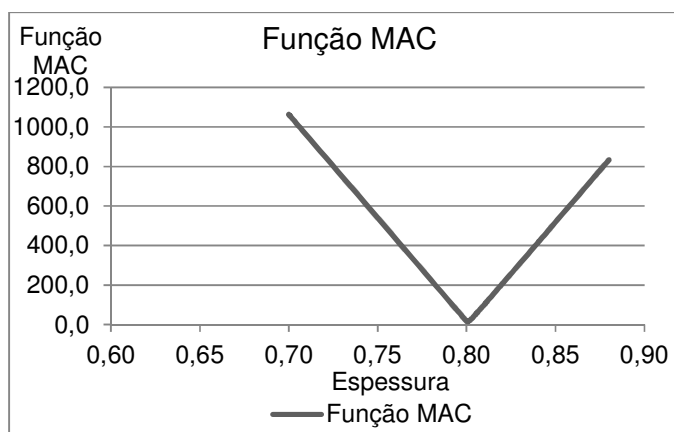
Espessura	Função MAC
0,800	17,056
0,700	1063,347
0,880	832,832
0,840	413,713
0,820	205,798
0,810	101,446
0,805	50,979
0,803	26,666
0,801	18,072

Tabela A1.6 (Cont.) – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 2.

Espessura	Função MAC
0,801	15,894
0,701	1056,721
0,801	15,933
0,801	15,906
0,801	15,894
0,801	15,874
0,701	1056,875
0,880	832,832
0,840	416,985
0,820	210,685
0,811	107,153
0,806	56,797
0,803	32,328
0,802	21,519
0,801	18,053
0,801	16,808
0,801	16,187
0,801	15,997
0,801	15,945
0,801	15,919
0,801	15,906
0,801	15,887
0,701	1056,772
0,880	832,832
0,840	416,960
0,820	210,647
0,811	107,109
0,806	56,751
0,803	32,284
0,802	21,482
0,801	18,033
0,801	16,789
0,801	16,167
0,801	15,991
0,801	15,939
0,801	15,913
0,801	15,900
0,801	15,881
0,701	1056,824
0,880	832,832
0,840	416,935
0,820	210,609
0,811	107,065
0,806	56,706
0,803	32,240
0,802	21,445
0,801	18,014
0,801	16,769
0,801	16,148
0,801	15,984

Os valores da Tabela A1.6 podem ser traduzidos sob a forma gráfica, Gráfico A1.3, onde o gráfico representada parte da função objectivo, onde foi determinado o seu mínimo.

Gráfico A1.3 – Função MAC afectada pelo ASMAC em função da espessura para o modelo numérico 2.



Na Tabela A1.7 é apresentada a matriz MAC afectada do factor ASMAC, correspondente à correlação dos modos de vibração do modelo numérico 3 calculado e do modelo numérico de referência, que sujeito ao processo de optimização apenas se fez variar a espessura. É a partir desta tabela de valores que é criada a representação gráfica da matriz MAC (Figura 5.9).

No processo de melhoramento efectuado pelo optimizador ao modelo numérico 3, foram atribuídos valores à espessura de forma aleatória, dentro dos limites estabelecidos, calculando a partir de cada valor o correspondente da função objectivo, até determinar o óptimo da variável que é dado pelo mínimo da função. Os valores referentes a este processo de cálculo são apresentados na Tabela A1.8. O valor destacado é referente ao mínimo da função.

Tabela A1. 7 - Resultados da correlação entre o modelo numérico 3 e o modelo de referência, matriz MAC afectada pelo ASMAC.

	Modelo Numérico (18 nós)																	
	0,98	0,00	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,08	0,02	0,00	0,00	0,06	0,03	0,01	0,01	0,01
Modelo de referência (18 nós)	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06	0,18	0,01	0,02	0,01	0,28	0,00
	0,00	0,01	0,99	0,00	0,00	0,40	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,16
	0,18	0,00	0,00	1,00	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,03	0,00	0,00	0,05	0,99	0,01	0,00	0,00	0,01	0,08	0,05	0,01	0,02	0,05	0,29	0,22	0,16	0,01
	0,00	0,00	0,52	0,00	0,03	0,81	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,14	0,01	0,00	0,01	0,00	0,03	0,22
	0,01	0,02	0,12	0,00	0,00	0,75	0,20	0,18	0,00	0,02	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,16
	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,01	0,96	0,51	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,00	0,03	0,00	0,20	0,00
	0,12	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,03	0,00	0,27	0,38	0,02	0,00	0,00	0,01	0,00	0,10	0,00	0,01
	0,02	0,00	0,00	0,00	0,05	0,01	0,00	0,00	0,61	0,67	0,13	0,02	0,00	0,16	0,04	0,01	0,01	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,43	1,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,33	0,03	0,03	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,91	0,09	0,44	0,00	0,01	0,17	0,04	0,04	0,00	0,00
	0,00	0,04	0,01	0,00	0,01	0,24	0,00	0,01	0,00	0,00	0,02	0,93	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
	0,03	0,07	0,00	0,01	0,02	0,01	0,01	0,20	0,00	0,07	0,40	0,21	0,18	0,01	0,34	0,00	0,20	0,02
	0,02	0,06	0,00	0,00	0,05	0,01	0,00	0,23	0,00	0,01	0,43	0,21	0,48	0,04	0,13	0,00	0,00	0,00
	0,04	0,00	0,01	0,00	0,28	0,01	0,05	0,00	0,00	0,03	0,30	0,00	0,10	0,17	0,90	0,03	0,11	0,00
	0,01	0,00	0,01	0,00	0,13	0,00	0,01	0,00	0,06	0,01	0,01	0,01	0,02	0,10	0,00	0,96	0,02	0,01
	0,01	0,31	0,00	0,00	0,14	0,00	0,17	0,03	0,00	0,00	0,04	0,00	0,42	0,00	0,26	0,11	0,91	0,00

Nota: Valor a “Bold” referentes ao maior valor na linha, células a cinza indica a diagonal.

Tabela A1. 8– Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 3.

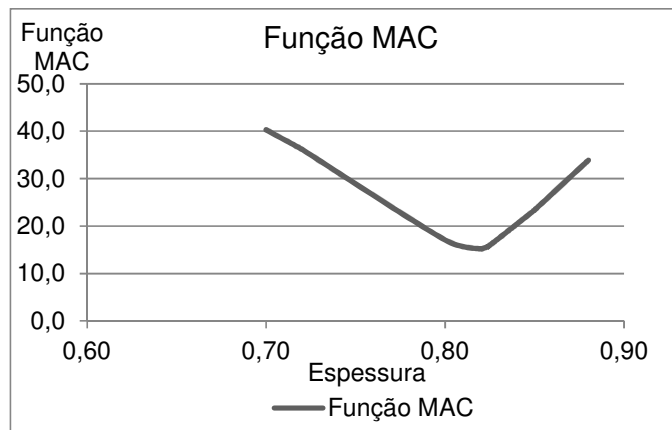
Espessura	Função MAC
0,800	17,056
0,700	40,275
0,880	33,853
0,840	20,394
0,820	15,159
0,720	36,182
0,880	33,853
0,850	23,369
0,835	18,905
0,828	16,670
0,824	15,624
0,822	15,376
0,821	15,252
0,820	15,190
0,820	15,167
0,820	15,163
0,820	15,161
0,820	15,160
0,820	15,160
0,820	15,159
0,820	15,159
0,720	36,183

Tabela A1.8 (Cont.) – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 3.

Espessura	Função MAC
0,880	33,853
0,850	23,368
0,835	18,904
0,827	16,669
0,824	15,623
0,822	15,375
0,821	15,251
0,820	15,190
0,820	15,167
0,820	15,163
0,820	15,161
0,820	15,160
0,820	15,159
0,820	15,159
0,820	15,159
0,820	15,159
0,720	36,184
0,880	33,853
0,850	23,368
0,835	18,903
0,827	16,668
0,824	15,623
0,822	15,375
0,821	15,251
0,820	15,189
0,820	15,167
0,820	15,163
0,820	15,161
0,820	15,160
0,820	15,159
0,820	15,159
0,820	15,159
0,720	36,184

Os valores da Tabela A1.8 podem ser traduzidos sob a forma gráfica, Gráfico A1.4, onde o gráfico representada parte da função objectivo, onde foi determinado o seu mínimo.

Gráfico A1.4 – Função MAC afectada pelo ASMAC em função da espessura para o modelo numérico 3.



Na Tabela A1.9 é apresentada a matriz MAC afectada do factor ASMAC, correspondente à correlação dos modos de vibração do modelo numérico 4 calculado e do modelo numérico de referência, que sujeito ao processo de optimização apenas se fez variar a espessura. É a partir desta tabela de valores que é criada a representação gráfica da matriz MAC (Figura 5.10).

Tabela A1. 9 - Resultados da correlação entre o modelo numérico 4 e o modelo de referência, matriz MAC afectada pelo ASMAC.

	Modelo Numérico (18 nós)																	
Modelo de referência (18 nós)	0,98	0,00	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,09	0,03	0,00	0,00	0,06	0,03	0,01	0,01	0,01	
	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,06	0,18	0,02	0,02	0,01	0,29	0,03	
	0,00	0,01	0,99	0,00	0,01	0,42	0,02	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	
	0,18	0,00	0,00	1,00	0,11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,03	
	0,03	0,00	0,00	0,04	0,98	0,02	0,00	0,00	0,01	0,07	0,04	0,01	0,01	0,06	0,30	0,22	0,15	
	0,00	0,00	0,51	0,00	0,03	0,81	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,15	0,02	0,00	0,01	0,00	0,03	
	0,01	0,02	0,12	0,00	0,00	0,75	0,20	0,21	0,00	0,02	0,00	0,18	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	
	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,01	0,96	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,02	0,00	0,19	
	0,12	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,02	0,00	0,27	0,36	0,03	0,00	0,00	0,01	0,00	0,11	0,00	
	0,02	0,00	0,00	0,00	0,05	0,01	0,00	0,01	0,60	0,68	0,12	0,01	0,00	0,14	0,04	0,01	0,01	
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,40	0,98	0,00	0,00	0,00	0,02	0,29	0,04	0,02	0,00	0,00	
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,91	0,10	0,40	0,00	0,00	0,14	0,04	0,04	0,02	
	0,00	0,04	0,02	0,00	0,01	0,22	0,00	0,01	0,00	0,01	0,02	0,93	0,00	0,01	0,00	0,01	0,17	
	0,03	0,07	0,00	0,01	0,02	0,01	0,01	0,20	0,00	0,07	0,44	0,20	0,17	0,01	0,33	0,00	0,20	
	0,02	0,06	0,00	0,00	0,05	0,01	0,00	0,22	0,00	0,01	0,41	0,23	0,46	0,05	0,13	0,00	0,00	
	0,04	0,00	0,01	0,00	0,28	0,01	0,06	0,00	0,00	0,04	0,31	0,00	0,10	0,17	0,90	0,03	0,10	
	0,01	0,00	0,01	0,00	0,13	0,00	0,01	0,00	0,06	0,01	0,01	0,01	0,03	0,11	0,00	0,96	0,02	
	0,01	0,31	0,00	0,00	0,14	0,00	0,19	0,03	0,00	0,00	0,04	0,00	0,43	0,00	0,27	0,11	0,92	

Nota: Valor a “Bold” referentes ao maior valor na linha, células a cinza indica a diagonal.

No processo de melhoramento efectuado pelo optimizador ao modelo numérico 4, foram atribuídos valores à espessura de forma aleatória, dentro dos limites estabelecidos, calculando a partir de cada valor o correspondente da função objectivo, até determinar o óptimo da variável que é dado pelo mínimo da função. Os valores referentes a este processo de cálculo são apresentados na Tabela A1.10. O valor destacado é referente ao mínimo da função.

Tabela A1. 10 – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 4.

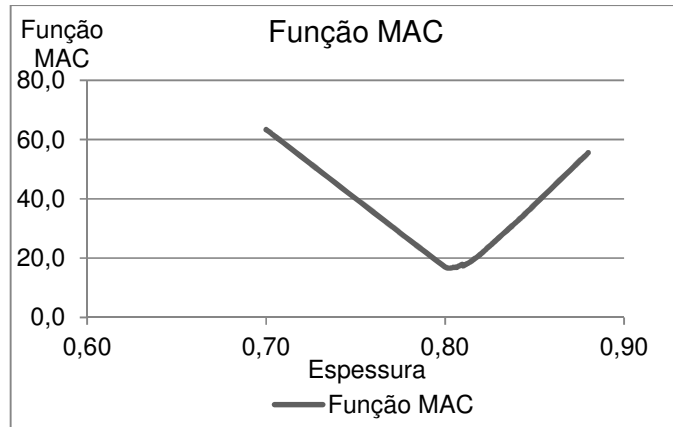
Espessura	Função MAC
0,800	17,056
0,700	63,369
0,880	55,554
0,840	32,292
0,820	21,420
0,810	17,395
0,805	16,932
0,705	61,073
0,880	55,554
0,843	33,654
0,824	23,469
0,814	18,849
0,810	17,888
0,807	17,202
0,806	16,903
0,706	60,535
0,880	55,554
0,843	33,973
0,825	23,949
0,815	19,302
0,811	17,623
0,808	17,534
0,807	17,196
0,807	17,028
0,806	16,943
0,806	16,901
0,706	60,469
0,880	55,554
0,843	34,013
0,825	24,007
0,816	19,358
0,811	17,663
0,809	17,575
0,807	17,238
0,807	17,069
0,807	16,985
0,806	16,943

Tabela A1.10 (Cont.) – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 4.

Espessura	Função MAC
0,806	16,922
0,806	16,912
0,806	16,906
0,806	16,904
0,806	16,900
0,706	60,471

Os valores da Tabela A1.10 podem ser traduzidos sob a forma gráfica, Gráfico A1.5, onde o gráfico representa parte da função objectivo, onde foi determinado o seu mínimo.

Gráfico A1.5 – Função MAC afectada pelo ASMAC em função da espessura para o modelo numérico 4.



Na Tabela A1.11 é apresentada a matriz MAC afectada do factor ASMAC, correspondente à correlação dos modos de vibração do modelo numérico 5 calculado e do modelo numérico de referência, que sujeito ao processo de optimização apenas se fez variar a espessura. É a partir desta tabela de valores que é criada a representação gráfica da matriz MAC (Figura 5.11).

Tabela A1. 11 - Resultados da correlação entre o modelo numérico 5 e o modelo de referência, matriz MAC afectada pelo ASMAC.

	Modelo Numérico (18 nós)																	
	0,98	0,00	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,08	0,02	0,00	0,00	0,07	0,03	0,01	0,01	0,01
Modelo de referência (18 nós)	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06	0,17	0,01	0,02	0,01	0,28	0,00
	0,00	0,01	0,99	0,00	0,00	0,42	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,17
	0,18	0,00	0,00	1,00	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,03	0,00	0,00	0,04	0,98	0,02	0,00	0,00	0,01	0,08	0,05	0,01	0,02	0,05	0,30	0,21	0,16	0,01
	0,00	0,00	0,51	0,00	0,02	0,80	0,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,15	0,01	0,00	0,01	0,00	0,03	0,23
	0,01	0,02	0,12	0,00	0,00	0,75	0,18	0,19	0,00	0,02	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,16
	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,01	0,95	0,51	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,00	0,03	0,00	0,21	0,00
	0,12	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,03	0,00	0,28	0,34	0,02	0,00	0,00	0,01	0,00	0,11	0,00	0,02
	0,02	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,59	0,71	0,13	0,01	0,00	0,15	0,04	0,01	0,01	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,42	1,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,32	0,03	0,03	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,92	0,12	0,42	0,00	0,01	0,16	0,04	0,05	0,00	0,00
	0,00	0,04	0,02	0,00	0,01	0,22	0,00	0,01	0,00	0,01	0,02	0,93	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
	0,03	0,07	0,00	0,01	0,02	0,01	0,01	0,20	0,00	0,06	0,41	0,20	0,17	0,01	0,34	0,00	0,19	0,02
	0,02	0,06	0,00	0,00	0,06	0,01	0,00	0,23	0,00	0,01	0,42	0,22	0,48	0,04	0,13	0,00	0,00	0,00
	0,04	0,00	0,01	0,00	0,27	0,01	0,05	0,00	0,00	0,03	0,30	0,00	0,10	0,17	0,90	0,02	0,10	0,00
	0,01	0,00	0,01	0,00	0,12	0,00	0,01	0,00	0,06	0,01	0,01	0,01	0,02	0,11	0,00	0,96	0,02	0,01
	0,01	0,31	0,00	0,00	0,13	0,00	0,17	0,03	0,00	0,00	0,04	0,00	0,42	0,00	0,27	0,11	0,92	0,00

Nota: Valor a “Bold” referentes ao maior valor na linha, células a cinza indica a diagonal.

No processo de melhoramento efectuado pelo optimizador ao modelo numérico 5, foram atribuídos valores à espessura de forma aleatória, dentro dos limites estabelecidos, calculando a partir de cada valor o correspondente da função objectivo, até determinar o óptimo da variável que é dado pelo mínimo da função. Os valores referentes a este processo de cálculo são apresentados na Tabela A1.12. O valor destacado é referente ao mínimo da função.

Tabela A1. 12 – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 5.

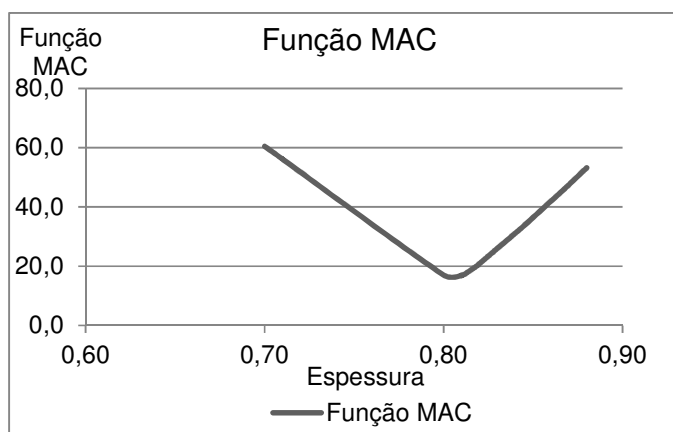
Espessura	Função MAC
0,800	17,056
0,700	60,444
0,880	53,216
0,840	31,139
0,820	20,844
0,810	16,894
0,710	56,143
0,880	53,216

Tabela A1.12 (Cont.) – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 5.

Espessura	Função MAC
0,845	33,719
0,828	24,682
0,819	20,198
0,814	18,379
0,812	17,482
0,811	17,157
0,811	17,026
0,810	16,960
0,810	16,927
0,810	16,910
0,810	16,902
0,810	16,898
0,810	16,896
0,810	16,893
0,710	56,145
0,869	46,666
0,839	30,773
0,825	23,246
0,817	19,584
0,814	18,084
0,812	17,334
0,811	17,113
0,810	17,003
0,810	16,948
0,810	16,920
0,810	16,907
0,810	16,900
0,810	16,896
0,810	16,895
0,810	16,892
0,710	56,146
0,868	46,600
0,839	30,741
0,825	23,229
0,817	19,577
0,814	18,080
0,812	17,332
0,811	17,112
0,810	17,002
0,810	16,947
0,810	16,920
0,810	16,906
0,810	16,899
0,810	16,896
0,810	16,894
0,810	16,891
0,710	56,148

Os valores da Tabela A1.12 podem ser traduzidos sob a forma gráfica, Gráfico A1.6, onde o gráfico representada parte da função objectivo, onde foi determinado o seu mínimo.

Gráfico A1.6 – Função MAC afectada pelo ASMAC em função da espessura para o modelo numérico 5.



Na Tabela A1.13 é apresentada a matriz MAC afectada do factor ASMAC, correspondente à correlação dos modos de vibração do modelo numérico 6 calculado e do modelo numérico de referência, que sujeito ao processo de optimização apenas se fez variar a espessura. É a partir desta tabela de valores que é criada a representação gráfica da matriz MAC (Figura 5.12).

No processo de melhoramento efectuado pelo optimizador ao modelo numérico 6, foram atribuídos valores à espessura de forma aleatória, dentro dos limites estabelecidos, calculando a partir de cada valor o correspondente da função objectivo, até determinar o óptimo da variável que é dado pelo mínimo da função. Os valores referentes a este processo de cálculo são apresentados na Tabela A1.14. O valor destacado é referente ao mínimo da função.

Tabela A1. 13 - Resultados da correlação entre o modelo numérico 6 e o modelo de referência, matriz MAC afectada pelo ASMAC.

	Modelo Numérico (18 nós)																	
	1,00	0,00	0,00	0,18	0,01	0,00	0,00	0,00	0,10	0,01	0,00	0,00	0,00	0,04	0,02	0,02	0,02	0,01
Modelo de referência (18 nós)	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,07	0,07	0,00	0,00	0,30
	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,51	0,18	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00
	0,20	0,00	0,00	1,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,01	0,00	0,00	0,05	1,00	0,02	0,00	0,00	0,02	0,06	0,01	0,02	0,01	0,03	0,07	0,36	0,10	0,13
	0,00	0,00	0,53	0,00	0,02	0,99	0,40	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00	0,15	0,02	0,01	0,02	0,00	0,01
	0,00	0,01	0,14	0,00	0,00	0,24	0,99	0,22	0,01	0,02	0,18	0,00	0,24	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01
	0,00	0,04	0,01	0,00	0,00	0,11	0,18	1,00	0,00	0,00	0,51	0,00	0,01	0,01	0,00	0,05	0,00	0,15
	0,11	0,00	0,00	0,02	0,02	0,00	0,01	0,00	0,99	0,01	0,01	0,18	0,00	0,12	0,04	0,00	0,09	0,00
	0,01	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00	0,01	0,00	0,00	1,00	0,00	0,51	0,01	0,01	0,00	0,05	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,15	0,51	0,01	0,00	1,00	0,00	0,02	0,19	0,22	0,00	0,00	0,03
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,25	0,48	0,00	1,00	0,00	0,04	0,04	0,02	0,07	0,00
	0,00	0,05	0,01	0,00	0,01	0,14	0,26	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	1,00	0,07	0,19	0,00	0,01	0,04
	0,04	0,07	0,01	0,01	0,02	0,02	0,00	0,01	0,10	0,01	0,20	0,04	0,05	1,00	0,00	0,20	0,03	0,22
	0,02	0,06	0,00	0,00	0,07	0,01	0,01	0,01	0,04	0,00	0,23	0,05	0,14	0,00	1,00	0,23	0,00	0,02
	0,03	0,00	0,01	0,00	0,31	0,02	0,00	0,06	0,00	0,04	0,00	0,05	0,00	0,20	0,25	0,98	0,01	0,05
	0,02	0,00	0,00	0,00	0,14	0,01	0,00	0,01	0,11	0,00	0,00	0,06	0,01	0,01	0,00	0,03	0,98	0,01
	0,00	0,30	0,00	0,00	0,15	0,01	0,01	0,14	0,00	0,01	0,03	0,00	0,03	0,23	0,02	0,11	0,02	0,99

Nota: Valor a “Bold” referentes ao maior valor na linha, células a cinza indica a diagonal.

Tabela A1. 14 – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 6.

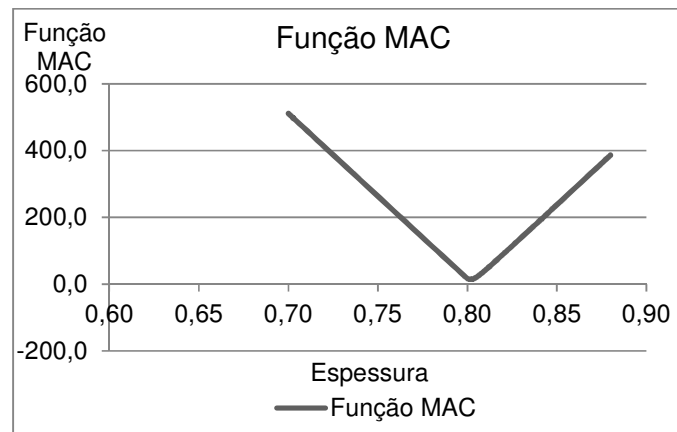
Espessura	Função MAC
0,800	17,056
0,700	511,051
0,880	386,235
0,840	187,780
0,820	89,660
0,810	41,601
0,805	20,494
0,803	15,170
0,703	498,421
0,880	386,235
0,841	193,983
0,822	98,889
0,812	51,830
0,807	29,713
0,805	20,221
0,804	16,653
0,803	15,742
0,803	15,426
0,803	15,298
0,803	15,234
0,803	15,202
0,803	15,186
0,803	15,178

Tabela A1.14 (Cont.) – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 6.

Espessura	Função MAC
0,802	15,166
0,702	498,445
0,880	386,235
0,841	193,971
0,822	98,872
0,812	51,810
0,807	29,695
0,805	20,205
0,804	16,646
0,803	15,735
0,803	15,422
0,803	15,294
0,803	15,230
0,803	15,198
0,803	15,182
0,803	15,174
0,802	15,162
0,702	498,469
0,880	386,235
0,841	193,959
0,822	98,854
0,812	51,790
0,807	29,676
0,805	20,189
0,804	16,639
0,803	15,728
0,803	15,418
0,803	15,290
0,803	15,226
0,803	15,194
0,803	15,178
0,803	15,170
0,802	15,158
0,702	498,493

Os valores da Tabela A1.14 podem ser traduzidos sob a forma gráfica, Gráfico A1.7, onde o gráfico representada parte da função objectivo, onde foi determinado o seu mínimo.

Gráfico A1.7 – Função MAC afectada pelo ASMAC em função da espessura para o modelo numérico 6.



Na Tabela A1.15 é apresentada a matriz MAC afectada do factor ASMAC, correspondente à correlação dos modos de vibração do modelo numérico 7 calculado e do modelo numérico de referência, que sujeito ao processo de optimização apenas se fez variar a espessura. É a partir desta tabela de valores que é criada a representação gráfica da matriz MAC (Figura 5.13).

Tabela A1. 15 - Resultados da correlação entre o modelo numérico 7 e o modelo de referência, matriz MAC afectada pelo ASMAC.

		Modelo Numérico (18 nós)															
Modelo de referência (18 nós)	0,98	0,00	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,07	0,02	0,00	0,00	0,03	0,01	0,01	0,00
	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07	0,17	0,02	0,00	0,28	0,00
	0,00	0,01	0,99	0,00	0,00	0,40	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00
	0,19	0,00	0,00	1,00	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,02	0,00	0,00	0,04	0,97	0,02	0,00	0,00	0,01	0,08	0,05	0,01	0,02	0,37	0,13	0,14	0,01
	0,00	0,00	0,51	0,00	0,02	0,78	0,16	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,01	0,01	0,00	0,04	0,25
	0,01	0,02	0,12	0,00	0,00	0,77	0,16	0,19	0,00	0,02	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,01	0,16
	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,02	0,95	0,51	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,02	0,00	0,23	0,00
	0,12	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,03	0,00	0,31	0,26	0,03	0,00	0,00	0,00	0,10	0,00	0,02
	0,01	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,56	0,78	0,13	0,01	0,00	0,05	0,00	0,01	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,41	1,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,32	0,02	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,92	0,17	0,42	0,00	0,01	0,02	0,06	0,00	0,00
	0,00	0,04	0,02	0,00	0,01	0,24	0,00	0,01	0,00	0,01	0,01	0,93	0,00	0,00	0,01	0,02	0,02
	0,03	0,07	0,00	0,01	0,02	0,01	0,02	0,20	0,00	0,05	0,43	0,18	0,17	0,31	0,02	0,18	0,01
	0,01	0,06	0,00	0,00	0,06	0,01	0,00	0,23	0,00	0,01	0,41	0,28	0,45	0,11	0,00	0,00	0,01
	0,04	0,00	0,01	0,00	0,27	0,01	0,05	0,00	0,00	0,04	0,30	0,00	0,10	0,88	0,00	0,08	0,00
	0,01	0,00	0,01	0,00	0,12	0,00	0,01	0,00	0,07	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,97	0,01	0,00
	0,01	0,31	0,00	0,00	0,13	0,00	0,17	0,03	0,00	0,00	0,03	0,00	0,42	0,32	0,06	0,92	0,00

Nota: Valor a “Bold” referentes ao maior valor na linha, células a cinza indica a diagonal.

No processo de melhoramento efectuado pelo optimizador ao modelo numérico 7, foram atribuídos valores à espessura de forma aleatória, dentro dos limites estabelecidos, calculando a partir de cada valor o correspondente da função objectivo, até determinar o óptimo da variável que é dado pelo mínimo da função. Os valores referentes a este processo de cálculo são apresentados na Tabela A1.16. O valor destacado é referente ao mínimo da função.

Tabela A1. 16 – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 7.

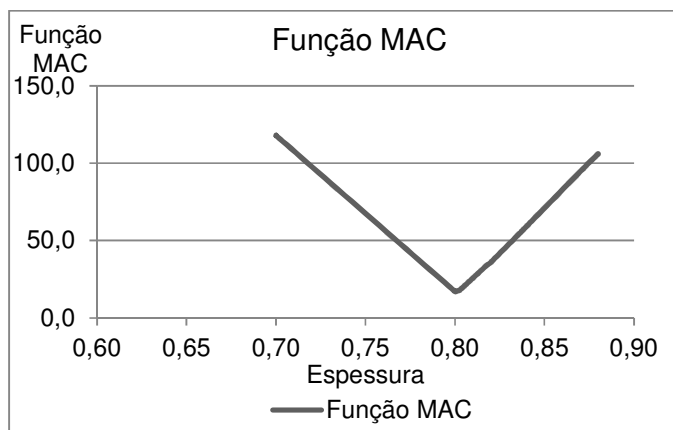
Espessura	Função MAC
0,800	17,056
0,700	117,858
0,880	105,945
0,840	59,163
0,820	35,914
0,810	25,722
0,805	20,390
0,803	17,805
0,801	17,430
0,801	17,243
0,800	17,149
0,800	17,102
0,800	17,079
0,800	17,067
0,800	17,061
0,800	17,059
0,800	17,054
0,700	117,864
0,872	97,127
0,836	54,596
0,818	34,293
0,809	24,672
0,805	19,863
0,802	17,731
0,801	17,392
0,801	17,223
0,800	17,139
0,800	17,096
0,800	17,075
0,800	17,065
0,800	17,059
0,800	17,057
0,800	17,053
0,700	117,869
0,872	96,379
0,836	54,228
0,818	34,122
0,809	24,585

Tabela A1.16 (Cont.) – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico 7.

Espessura	Função MAC
0,804	19,817
0,802	17,723
0,801	17,388
0,801	17,220
0,800	17,137
0,800	17,095
0,800	17,074
0,800	17,063
0,800	17,058
0,800	17,055
0,800	17,052
0,700	117,873
0,872	96,994
0,836	54,526
0,818	34,256
0,809	24,649
0,804	19,847
0,802	17,727
0,801	17,389
0,801	17,220
0,800	17,136
0,800	17,094
0,800	17,073
0,800	17,062
0,800	17,057
0,800	17,054
0,800	17,050
0,700	117,878

Os valores da Tabela A1.16 podem ser traduzidos sob a forma gráfica, Gráfico A1.8, onde o gráfico representada parte da função objectivo, onde foi determinado o seu mínimo.

Gráfico A1.8 – Função MAC afectada pelo ASMAC em função da espessura para o modelo numérico 7.



Na Tabela A1.17 é apresentada a matriz MAC afectada do factor ASMAC, correspondente à correlação dos modos de vibração do modelo numérico V7.1 calculado e do modelo numérico de referência, que sujeito ao processo de optimização se fez variar a espessura, comprimento LG e comprimento LGA. É a partir desta tabela de valores que é criada a representação gráfica da matriz MAC (Figura 5.15).

Tabela A1. 17 - Resultados da correlação entre o modelo numérico V7.1 e o modelo de referência, matriz MAC afectada pelo ASMAC.

		Modelo Numérico (18 nós)																
Modelo de referência (18 nós)	0,98	0,00	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,06	0,02	0,00	0,00	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00
	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07	0,17	0,02	0,00	0,28	0,00	0,03
	0,00	0,01	0,99	0,00	0,00	0,38	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,17	0,00
	0,19	0,00	0,00	1,00	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,02	0,00	0,00	0,04	0,97	0,02	0,00	0,00	0,01	0,08	0,05	0,01	0,02	0,40	0,08	0,14	0,01	0,34
	0,00	0,00	0,52	0,00	0,02	0,76	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,01	0,01	0,00	0,04	0,26	0,00
	0,01	0,02	0,12	0,00	0,00	0,79	0,16	0,19	0,00	0,02	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,01	0,15	0,01
	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,02	0,94	0,51	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,02	0,00	0,24	0,00	0,02
	0,12	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,03	0,00	0,32	0,23	0,03	0,00	0,00	0,01	0,08	0,00	0,02	0,03
	0,01	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,54	0,81	0,14	0,01	0,00	0,05	0,00	0,01	0,00	0,04
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,41	1,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,32	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,92	0,19	0,42	0,00	0,01	0,01	0,05	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,04	0,02	0,00	0,01	0,25	0,00	0,01	0,00	0,01	0,01	0,93	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,16
	0,03	0,07	0,00	0,01	0,02	0,01	0,02	0,20	0,00	0,05	0,43	0,17	0,17	0,28	0,04	0,19	0,01	0,00
	0,01	0,06	0,00	0,00	0,06	0,01	0,00	0,23	0,00	0,01	0,41	0,28	0,45	0,10	0,02	0,00	0,00	0,01
	0,04	0,00	0,01	0,00	0,27	0,01	0,05	0,00	0,00	0,04	0,30	0,00	0,11	0,85	0,03	0,08	0,00	0,20
	0,01	0,00	0,01	0,00	0,13	0,00	0,01	0,00	0,07	0,00	0,01	0,01	0,03	0,05	0,93	0,01	0,00	0,17
	0,01	0,31	0,00	0,00	0,13	0,00	0,17	0,03	0,00	0,00	0,03	0,00	0,41	0,34	0,03	0,92	0,01	0,47

Nota: Valor a “Bold” referentes ao maior valor na linha, células a cinza indica a diagonal.

No processo de melhoramento efectuado pelo optimizador ao modelo numérico V7.1, foram atribuídos valores à espessura, ao comprimento LG e ao comprimento LGA de forma aleatória, dentro dos limites estabelecidos, calculando a partir de cada valor o correspondente da função objectivo, até determinar o óptimo da variável que é dado pelo mínimo da função. Os valores referentes a este processo de cálculo são apresentados na Tabela A1.18. O valor destacado é referente ao mínimo da função.

Tabela A1. 18 – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura e aos comprimentos LG e LGA, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico V7.1.

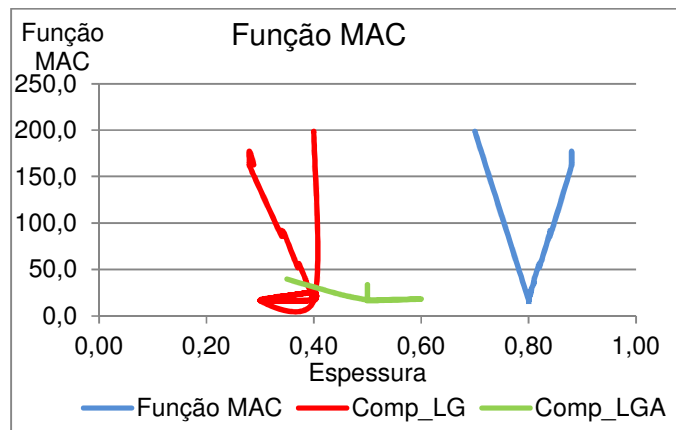
Espessura	Comp LG	Comp Lga	Função MAC
0,800	0,400	0,400	17,056
0,700	0,400	0,400	198,656
0,800	0,300	0,400	16,721
0,800	0,400	0,500	25,107
0,880	0,280	0,280	161,782
0,840	0,340	0,340	86,028
0,820	0,370	0,370	52,173
0,810	0,385	0,385	38,526
0,805	0,393	0,393	28,154
0,803	0,396	0,396	21,779
0,801	0,398	0,398	20,558
0,801	0,399	0,399	18,379
0,800	0,400	0,400	17,599
0,800	0,400	0,400	17,311
0,800	0,400	0,400	17,173
0,800	0,400	0,400	17,112
0,800	0,400	0,400	17,082
0,800	0,400	0,400	17,070
0,800	0,400	0,400	17,048
0,700	0,400	0,400	198,664
0,800	0,300	0,400	16,729
0,800	0,400	0,500	25,098
0,880	0,280	0,345	164,789
0,840	0,340	0,372	90,477
0,820	0,370	0,386	54,363
0,810	0,385	0,393	35,463
0,805	0,393	0,397	26,700
0,802	0,396	0,398	21,628
0,801	0,398	0,399	20,599
0,801	0,399	0,400	18,180
0,800	0,400	0,400	17,590
0,800	0,400	0,400	17,306
0,800	0,400	0,400	17,171
0,800	0,400	0,400	17,107
0,800	0,400	0,400	17,080
0,800	0,400	0,400	17,064

Tabela A1.18 (Cont.) – Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura e aos comprimentos LG e LGA, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico V7.1.

Espessura	Comp LG	Comp LGA	Função MAC
0,800	0,400	0,400	17,040
0,700	0,400	0,400	198,673
0,800	0,300	0,400	16,736
0,800	0,400	0,500	25,089
0,880	0,280	0,509	177,278
0,840	0,340	0,454	91,924
0,820	0,370	0,427	54,757
0,810	0,385	0,414	34,957
0,805	0,393	0,407	28,449
0,802	0,396	0,403	23,568
0,801	0,398	0,402	21,318
0,801	0,399	0,401	18,271
0,800	0,400	0,400	17,614
0,800	0,400	0,400	17,323
0,800	0,400	0,400	17,177
0,800	0,400	0,400	17,119
0,800	0,400	0,400	17,078
0,800	0,400	0,400	17,061
0,800	0,400	0,400	17,031
0,700	0,400	0,400	198,682
0,800	0,300	0,400	16,744
0,800	0,400	0,500	25,079
0,880	0,288	0,343	162,747
0,840	0,344	0,371	89,837
0,820	0,372	0,386	56,215
0,810	0,386	0,393	36,025
0,805	0,393	0,396	26,664
0,802	0,397	0,398	22,844
0,801	0,398	0,399	20,602
0,801	0,399	0,400	18,158
0,800	0,400	0,400	17,571
0,800	0,400	0,400	17,290
0,800	0,400	0,400	17,156
0,800	0,400	0,400	17,091
0,800	0,400	0,400	17,063
0,800	0,400	0,400	17,047
0,800	0,400	0,400	17,023
0,700	0,400	0,400	198,691
0,800	0,300	0,400	16,751
0,800	0,400	0,500	25,070

Os valores da Tabela A1.18 podem ser traduzidos sob a forma gráfica, Gráfico A1.9, onde o gráfico representada parte da função objectivo, onde foi determinado o seu mínimo.

Gráfico A1.9 – Função MAC afectada pelo ASMAC em função dos parâmetros impostos ao modelo numérico V7.1.



Na Tabela A1.19 é apresentada a matriz MAC afectada do factor ASMAC, correspondente à correlação dos modos de vibração do modelo numérico V7.2 calculado e do modelo numérico de referência, que sujeito ao processo de optimização se fez variar a espessura, comprimento LG e comprimento LGA. É a partir desta tabela de valores que é criada a representação gráfica da matriz MAC (Figura 5.16).

Tabela A1. 19 - Resultados da correlação entre o modelo numérico V7.2 e o modelo de referência, matriz MAC afectada pelo ASMAC.

		Modelo Numérico (18 nós)																	
Modelo de referência (18 nós)	0,98	0,00	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,05	0,03	0,00	0,00	0,03	0,03	0,01	0,01	0,00	
	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07	0,17	0,02	0,00	0,28	0,00	0,03	
	0,00	0,00	0,99	0,00	0,00	0,37	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,16	0,00	
	0,19	0,00	0,00	1,00	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	
	0,02	0,00	0,00	0,04	0,98	0,02	0,00	0,00	0,01	0,07	0,05	0,01	0,02	0,41	0,07	0,14	0,00	0,37	
	0,00	0,00	0,52	0,00	0,02	0,75	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,01	0,01	0,00	0,04	0,27	0,00	
	0,01	0,02	0,13	0,00	0,00	0,80	0,15	0,18	0,00	0,02	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,01	0,15	0,01	
	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,02	0,95	0,51	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,02	0,00	0,25	0,00	0,02	
	0,12	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,03	0,00	0,35	0,17	0,03	0,00	0,00	0,01	0,07	0,00	0,02	0,04	
	0,01	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,51	0,86	0,14	0,01	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,03	
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,41	1,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,32	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,91	0,24	0,41	0,00	0,01	0,01	0,05	0,00	0,00	0,00	
	0,00	0,04	0,01	0,00	0,01	0,25	0,00	0,01	0,00	0,01	0,01	0,93	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,13	
	0,03	0,07	0,00	0,01	0,02	0,01	0,02	0,21	0,00	0,04	0,43	0,17	0,17	0,28	0,04	0,18	0,01	0,00	
	0,01	0,06	0,00	0,00	0,06	0,01	0,00	0,23	0,00	0,01	0,42	0,28	0,45	0,10	0,02	0,00	0,00	0,00	
	0,04	0,00	0,01	0,00	0,27	0,01	0,05	0,00	0,00	0,04	0,30	0,00	0,10	0,85	0,03	0,07	0,00	0,18	
	0,01	0,00	0,01	0,00	0,13	0,00	0,01	0,00	0,08	0,00	0,01	0,01	0,02	0,05	0,93	0,01	0,00	0,15	
	0,01	0,31	0,00	0,00	0,13	0,00	0,17	0,03	0,00	0,00	0,03	0,00	0,42	0,34	0,03	0,92	0,01	0,46	

Nota: Valor a “Bold” referentes ao maior valor na linha, células a cinza indica a diagonal.

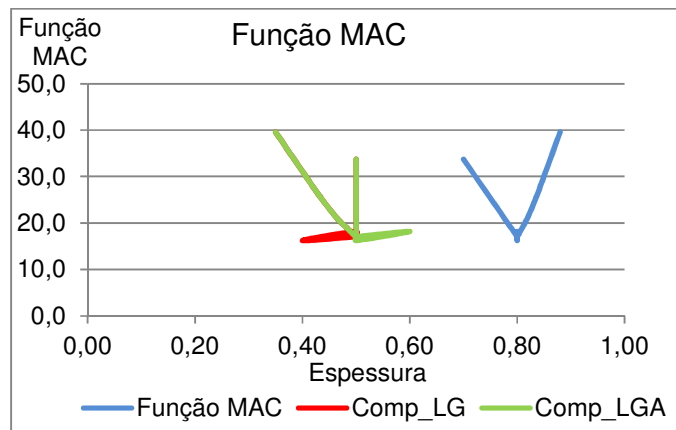
No processo de melhoramento efectuado pelo optimizador ao modelo numérico V7.2, foram atribuídos valores à espessura, ao comprimento LG e ao comprimento LGA de forma aleatória, dentro dos limites estabelecidos, calculando a partir de cada valor o correspondente da função objectivo, até determinar o óptimo da variável que é dado pelo mínimo da função. Os valores referentes a este processo de cálculo são apresentados na Tabela A1.20. O valor destacado é referente ao mínimo da função.

Tabela A1. 20– Valores da função MAC afectada pelo ASMAC em função dos valores atribuídos à variável espessura e aos comprimentos LG e LGA, aplicados pelo optimizador ao modelo numérico V7.2.

Espessura	Comp LG	Comp LGA	Função MAC
0,800	0,500	0,500	17,056
0,700	0,500	0,500	33,724
0,800	0,400	0,500	16,232
0,800	0,500	0,600	18,186
0,880	0,350	0,350	39,601
0,840	0,425	0,425	26,948
0,820	0,463	0,463	21,283
0,810	0,481	0,481	19,121
0,805	0,491	0,491	18,050
0,803	0,495	0,495	17,470
0,801	0,498	0,498	17,309
0,801	0,499	0,499	17,247
0,800	0,499	0,499	17,141
0,800	0,500	0,500	17,125
0,800	0,500	0,500	17,072
0,800	0,500	0,500	17,064
0,800	0,500	0,500	17,060
0,800	0,500	0,500	17,058
0,800	0,500	0,500	17,054
0,800	0,500	0,500	17,056
0,800	0,500	0,500	17,055
0,800	0,500	0,500	17,056

Os valores da Tabela A1.20 podem ser traduzidos sob a forma gráfica, Gráfico A1.10, onde o gráfico representada parte da função objectivo, onde foi determinado o seu mínimo.

Gráfico 5.11 – Função MAC afectada pelo ASMAC em função dos parâmetros impostos ao modelo numérico V7.2.



ANEXO II – PUBLICAÇÕES

OPTIMIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM COMPONENTE ESTRUTURAL DE UM AUTO-RÁDIO

Jorge Sá¹, José Meireles²

1-Universidade do Minho, Campus de Azurém, Guimarães, Portugal, A46985@alunos.uminho.pt

2- Universidade do Minho, Campus de Azurém, Guimarães, Portugal, Meireles@dem.uminho.pt

Palavras chave: Updating, MAC, ASMAC, Optimização, Vibrações, Dinâmica de Estruturas

Resumo

O presente artigo tem como principal objectivo apresentar a optimização por “updating” (melhoramento) do comportamento dinâmico de um componente estrutural de um auto-rádio. O componente em estudo é um painel traseiro de um auto-rádio, que tem como função fazer o suporte e ligação mecânica da consola do auto-rádio à caixa de componentes. O objectivo principal é melhorar o comportamento dinâmico do componente, tornando mais apto a responder às excitações consequentes do movimento do automóvel onde o auto-rádio está instalado. O comportamento dinâmico é caracterizado pelos modos de vibração e respectivas frequências naturais. Recorrendo a estas características intrínsecas do material e da sua forma, procura-se melhorar a sua geometria com vista a aperfeiçoar o seu comportamento na aplicação em que está previsto.

O “updating” é uma ferramenta numérica que por optimização minimiza uma função objectivo preparada para melhorar o comportamento dinâmico de estruturas [1]. Esta técnica utiliza um modelo de referência e um modelo numérico do componente em estudo que são idênticos, diferindo apenas no facto do modelo numérico aceitar alterações de parâmetros, que vão variar durante a optimização. Os parâmetros a variar podem ser relacionados com a geometria ou com o material. Neste caso recorre-se ao MAC (“Modal Assurance Criterion”) [2] e ASMAC (“Alternated Modal Search Assurance Criterion”) [3] como métodos de comparação que estão integrados na função objectivo.

Esta análise assenta na utilização de um programa de elementos finitos, o ANSYS, onde se obtêm as características dinâmicas dos modelos envolvidos e num programa de controlo, desenvolvido especialmente para o efeito, em suporte MATLAB, que contem o algoritmo de optimização [3]. O algoritmo de optimização faz variar os parâmetros definidos no problema e por iterações sucessivas sobre o programa de elementos finitos chega a uma solução que, segundo o objectivo do trabalho, será melhor que a inicial.

2. Introdução

O estudo do comportamento dinâmico de um componente tem um papel importante no seu projecto estrutural. A sua caracterização estática e/ou dinâmica permite obter dados para promover alterações funcionais do seu comportamento para ter uma melhor resposta quando solicitado. O melhoramento de componentes do ponto de vista do seu comportamento dinâmico estrutural, apresentado neste trabalho, processa-se utilizando métodos aplicados aos modelos de elementos finitos, criados a partir de modelação numérica. Este melhoramento é vulgarmente denominado de *finite element model updating* (em inglês). A utilização de *software* de modelação numérica facilita o uso deste tipo de metodologias para melhoramento, pois o componente quando projectado em modelação numérica possibilita determinar as características do comportamento dinâmico com recurso ao cálculo numérico, obtendo-se resultados mais representativos dos reais. Os dados que caracterizam o comportamento dinâmico permitem realizar melhoramentos estruturais ao modelo numérico, com base nas frequências naturais, modos de vibração, massa, rigidez e amortecimentos quando o modelo é analisado, testado e implementado. As características dinâmicas são parâmetros obtidos por análise dinâmica em modelos de elementos finitos, recorrendo a modelos matemáticos desenvolvidos para o efeito. Depois aplica-se a análise modal baseada na resposta das vibrações, quando o componente está sujeita a cargas ou excitações externas [4]. Os métodos de análise modal são baseados nas funções de resposta em frequência (FRFs) ou funções de resposta em impulso (IRFs) [5].

O melhoramento ou *updating* (termo em inglês) por modelos de elementos finitos é um método que visa a optimização do comportamento dinâmico de modelos numéricos, através da determinação do óptimo de uma função objectivo desenvolvida especificamente para esse fim. Recorre-se a metodologias e algoritmos que permitem o melhoramento de modelos de elementos finitos fundamentados em dois tipos diferentes de métodos, os directos e os indirectos. Os métodos directos aplicam o melhoramento nas matrizes características do modelo em estudo, provenientes da comparação com o modelo de referência. Estes métodos dão resultados rigorosos quando existe a possibilidade de identificar completamente os parâmetros específicos, facilitando e simplificando este tipo de análise, considerando-se representativos. Os modelos de elementos finitos a melhorar resolvidos por este tipo de métodos têm como desvantagem o facto do resultado calculado a partir das matrizes massa e rigidez apresentarem um significado físico muito

reduzido, pois não podem ser directamente relacionados [3]. Na literatura encontram-se diversos métodos directos desenvolvidos para melhoramento dinâmico de estruturas, tais como: o método de melhoramento directo da matriz (Direct Matrix Updating Method (DMU)) [6], o método da matriz erro (Error Matrix Method (EMM)) [7], baseados fundamentalmente no multiplicador de Lagrange [8] e os métodos Quasi-Newton [9].

Os métodos indirectos são métodos iterativos e a aplicação ao melhoramento processa-se por alteração dos parâmetros característicos de projecto, como os de geometria ou do material no modelo de elementos finitos. Estes parâmetros são determinados por comparação entre os resultados das iterações do modelo numérico em estudo e os resultantes do modelo de referência. Estes métodos apresentam um grau de complexidade mais elevado, obrigando a uma exigência computacional maior, tornando-se mais demorados. A base dos métodos indirectos está ligada à correlação obtida por uma função de penalidade relacionando os modos de vibração e frequências naturais e os vectores e valores próprios [1], proposta por Collins [10]. O método é muito usado derivando da sua disponibilidade para escolher os parâmetros que se pretende alterar para provocar o melhoramento. Baseado no método criado por Collins, surgiram muitos outros métodos relacionados com problemas de melhoramento de modelos numéricos, sendo um tema muito investigado nas últimas décadas, surgindo métodos como por exemplo: Chen e Garba [11] que usaram um método onde as matrizes são actualizadas para resolver o problema sem recorrer aos valores próprios, evitando a sensibilidade desses dados nas sucessivas iterações; Lin et al. [12] apresentaram um método por avaliação de coeficiente de sensibilidade, partindo de valores modais analíticos e experimentais, o melhoramento resulta por convergência de valores; o melhoramento do modelo de elementos finitos (Finite Element Model Updating) proposto por Zivanovic et al. [13] onde o processo de melhoramento é constituído inicialmente por três fases: modelação por elementos finitos, testes modais e alteração manual dos parâmetros, a fase final do processo é o melhoramento automático feito por um *software* específico, FEMTools; Wu e Li [14] propuseram um procedimento para melhoramento de uma estrutura de aço; o procedimento é feito em duas etapas, na primeira analisa os parâmetros pela sensibilidade dos vectores próprios e na segunda detecta os erros da estrutura por procedimentos de erros padrão e por comparação com os dados experimentais melhora o problema com uma ferramenta específica. Ewins [15] aplica factores de correcção às matrizes massa e rigidez nos elementos individuais, calculados previamente para modificar o elemento, método

conhecido como *Eigendynamic Constraint Method* (ECM) onde utiliza todos os modos de vibração, o que o torna complexo quando usado para comparação com um modelo experimental. Ewins [15] propôs também o método “Inverse Eigensensitivity Methods (IES) que utiliza a inversa da matriz de sensibilidade dos valores e vectores, baseando-se nas diferenças entre as propriedades modais calculadas e as de referências.

Friswell e Mottershead [2] compararam diversos métodos indirectos de melhoramento para modelos de elementos finitos processados através da matriz de correlação, calculada com valores obtidos pelos parâmetros envolvidos em cada iteração do modelo em estudo e do modelo de referência, em que são aplicadas sucessivas iterações até se obter o mínimo de variância dos parâmetros.

Os métodos de função de resposta (Response Function Methods (RFM)), optimizam uma função de penalidade aplicando os valores da função de resposta em frequência (FRF) calculados no modelo numérico, estes métodos usam a minimização de funções de erros, onde são definidas equações de aproximação baseadas nas equações de movimento a minimizar [2]. Métodos de melhoramentos de modelos de elementos finitos a partir de optimização não linear não restringida foram proposto por Modak [16]. Mais recentemente Levin e Lieven [17], Zimmermann e Hasselman [18] aplicaram algoritmos genéticos para melhoramento de modelos, e Liu et al. [19] propuseram um método de optimização estrutural evolutiva, com aplicação de algoritmos genéticos, onde cada elemento finito é tratado de forma individual para extrair a sua capacidade estrutural relacionada com a amplitude da sensibilidade. Zang e Ding [20] apresentaram um projecto de optimização para a resposta dinâmica de uma estrutura aplicado com um conjunto de parâmetros incertos, dispondo de uma informação muito ampla. Jaishi et al. [21] e Christodoulou et al. [22] propuseram um procedimento de optimização por multi-objectivo, onde o método é elaborado a partir de duas funções objectivo do problema, até atingir o valor óptimo nas duas funções.

A correlação calculada nos métodos de melhoramento utilizando os modos de vibração de dois modelos, pode ser obtida por diferentes critérios, tais como: MSF (Modal Scale Factor), NCO (Normalised Cross Orthogonality), SEREP (System Equivalent Reduction and Expansion Process), SCO (SEREP-Cross-Orthogonality), IMAC (Improved MAC), FMAC (Frequency-Scales MAC) e o COMAC (Coordinate MAC) [1], apesar da existência de tantos critérios o mais conhecido e usado é o MAC (Modal Assurance Criterion) [23]. O ASMAC (Alternated Search Modal Assurance Criteria) desenvolvido por Meireles [1] quantifica a qualidade do emparelhamento das frequências

naturais com os modos de vibração provenientes dos resultados dos dois modelos.

Neste artigo, o objectivo principal é a optimização do comportamento dinâmico de um componente como elemento estrutural, tendo com objectivo secundário a redução da sua massa. Este processo de melhoramento será efectuado com recurso a um algoritmo específico, devolvido por Meireles [1], baseado nos métodos indirectos para melhoramento de modelos de elementos finitos, aplicando o MAC, afectado pelo ASMAC, aos modos de vibração e às frequências naturais, como pares inseparáveis, entre o modelo numérico que se pretende melhorar e o modelo de referência. A extracção dos vectores e valores próprios é feita por método de sub-espacos, o melhoramento é conseguido pela função de optimização *fmincon* da biblioteca do MATLAB, em que procura o mínimo da função objectivo não restringida fazendo variar os vários parâmetros característicos do modelo numérico. A função de optimização utiliza o método da programação quadrática sequencial (PQS).

3. Componente Estrutural

O componente estrutural onde se vai aplicar a metodologia descrita serve de fixação de um auto-rádio e pretende-se optimizar o seu comportamento dinâmico. Designa-se por *Back Plate*, figura 1 e tem como função fazer o suporte entre o painel frontal, *Blenda* (consola) do auto-rádio e a *Box* (caixa dos componentes mecânicos e electrónicos do auto-rádio) por aparafusamento.

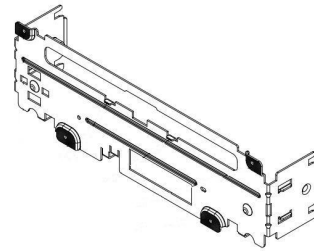


Figura 1: *Back Plate* do auto-rádio.

4. Propriedades que influenciam a optimização do comportamento dinâmico do modelo numérico

Na optimização do comportamento dinâmico deste componente, existem determinadas propriedades que provocam influência nos resultados a obter. Estas propriedades são características específicas do componente estrutural e estão ligadas ao material e às propriedades geométricas do modelo. Os pontos de onde serão extraídos os deslocamentos modais para correlação entre os modelos são alvo de especial atenção devido à sua influência nos resultados.

4.1. Material

As características do material com que é produzido o componente estrutural têm um peso significativo no comportamento dinâmico, sendo essencial fornecer ao modelo numérico dados próximos dos reais. Através de ensaios de tracção obtiveram-se as suas características, conforme descrito na tabela 1.

Tabela 1: Características do material.

Característica	Valor
Módulo de Elasticidade [GPa]	125
Coefficiente de Poisson	0,377
Densidade	7545

4.2. Geometria

As alterações da geometria ou de parâmetros geométricos do componente estrutural influenciam o comportamento dinâmico. Previam-se alterações geométricas ao modelo numérico do componente, de duas formas distintas, uma por observação directa da sua funcionalidade e outra por aplicação de melhoramento sendo todos os modelos numéricos resultantes sujeitos a optimização pelo algoritmo, perspectivando diferentes resultados de forma a otimizar o comportamento estrutural da estrutura.

As alterações geométricas são efectuadas de forma evolutiva e com a obtenção de resultados possa haver uma comparação directa. A figura 2 (modelo numérico 1) mostra a primeira alteração aplicada, por preenchimento de espaços nas zonas de quinagem do componente estrutural. O raio de curvatura não pode ser alterado devido a constrangimentos da sua aplicação.

A figura 3 (modelo numérico 2) apresenta a segunda alteração efectuada, de forma evolutiva do modelo anterior, aplicação de um reforço no preenchimento aplicado.

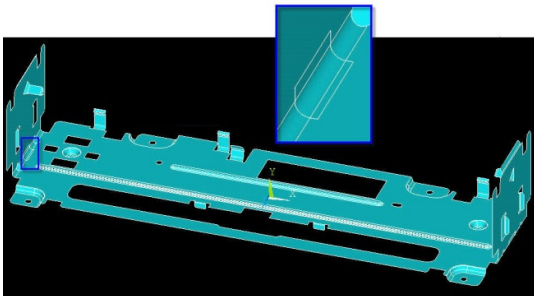


Figura 2: modelo numérico 1.

O reforço é de baixo relevo pode ser executado durante a conformação das restantes nervuras de reforço da peça.

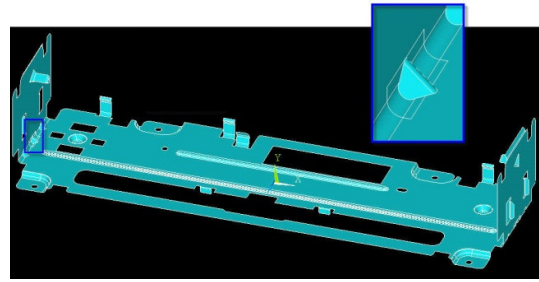


Figura 3: modelo numérico 2.

Na figura 4, modelo numérico 3, a alteração é aplicada directamente ao modelo numérico inicial, com a remoção da tira de material na parte superior da ranhura para entrada do CD. Verifica-se que esta parte da peça não interfere no seu comportamento estático e perturba o seu comportamento dinâmico.

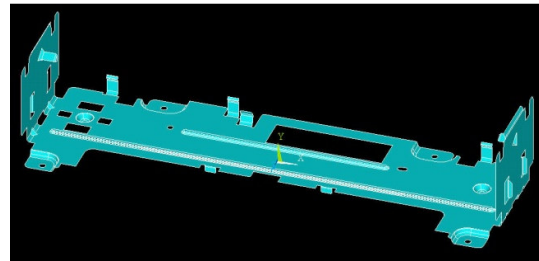


Figura 4: modelo numérico 3.

A figura 5 (modelo numérico 4) parte do modelo numérico 1, figura 2, com a remoção da tira de material na parte superior da ranhura para entrada do CD..

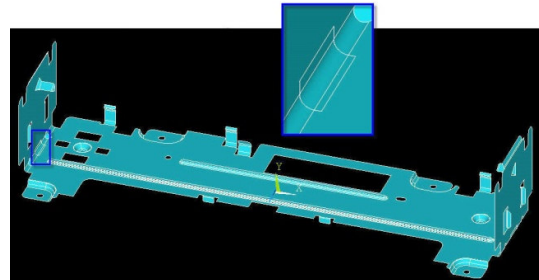


Figura 5: modelo numérico 4.

O modelo numérico 5, figura 6, representa uma evolução no modelo anterior, pela aplicação de um reforço idêntico ao previsto no modelo numérico 2, figura 3.

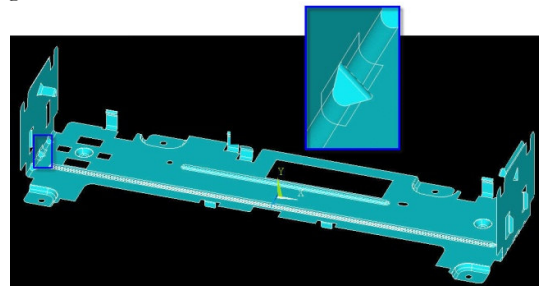


Figura 6: modelo numérico 5.

A aplicação de nervuras em superfícies planas tem uma influência significativa no comportamento dinâmico deste tipo de superfícies. Assim, nos modelos numéricos seguintes aplica-se mais uma nervura que o modelo numérico inicial, modelo numérico 6, figura 7 e que o modelo numérico 5, modelo numérico 7, figura 8.

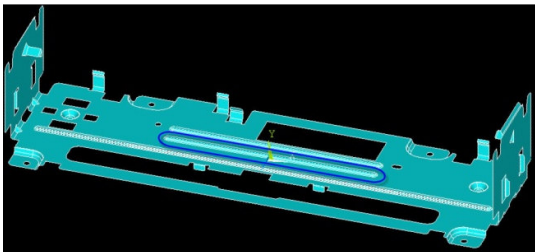


Figura 7: modelo numérico 6.

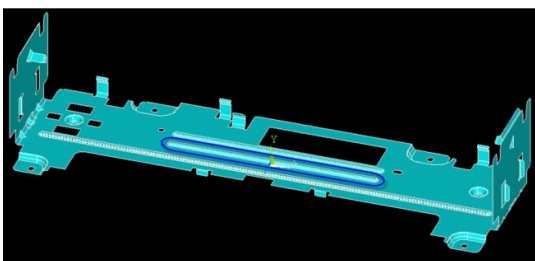


Figura 8: modelo numérico 7.

As alterações efectuadas visam melhorar o comportamento dinâmico deste componente por intervenção directa na sua forma. De seguida procede-se ao melhoramento por optimização fazendo variar alguns parâmetros geométricos, em todos os modelos numéricos apresentados. Será utilizado o parâmetro espessura, perspectivando um bom melhoramento do comportamento dinâmico e se possível uma redução da massa. Para o modelo numérico 7 serão aplicadas coordenadas variáveis à nervura implementada, no sentido de otimizar o comportamento dinâmico influenciado por este pormenor.

4.3. Pontos geométricos para extracção de deslocamentos modais

A extracção dos deslocamentos modais provenientes dos modelos numéricos e de referência é obtida a partir de resultados lidos nos nós da malha criada por elementos finitos. Deve ter-se especial atenção à sua escolha adequada, de forma a ser garantido que a escolha dos nós seja sempre nos mesmos pontos geométricos dos modelos numéricos. A escolha deve recair sobre pontos geométricos de ângulos internos, figura 9, para se evitar modos de vibração falsos ou localizados. Na figura 9 representam-se os 18 pontos escolhidos.

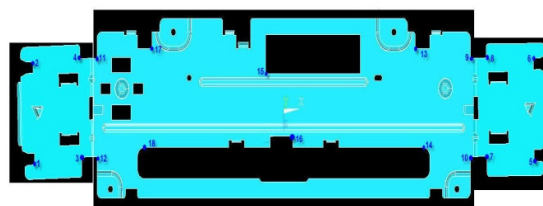


Figura 9: escolha dos pontos geométricos para extracção de dados.

5. Resultados do melhoramento dos modelos numéricos apresentados

A optimização do comportamento dinâmico aos modelos numéricos provenientes do componente estrutural é feita recorrendo a um algoritmo [1] anteriormente desenvolvido para este tipo de problemas, já descrito na introdução deste artigo. Os modos de vibração e as frequências naturais dos modelos numéricos são obtidos por análise modal com recurso ao *software* ANSYS [24].

A optimização é feita pela correlação entre os modelos numéricos e o modelo de referência recorrendo ao MAC, afectado pelo ASMAC que correlaciona e quantifica o emparelhamento dos modos de vibração com as frequências naturais respectivas.

O modelo de referência é criado a partir do modelo numérico inicial do componente, extraindo os deslocamentos modais nos pontos geométricos escolhidos e as respectivas frequências, acrescidas de cerca de 5Hz, tabela 2, para produzir efeitos significativos no melhoramento do comportamento dinâmico.

Tabela 2: aumento dos valores das frequências naturais de referência.

Frequências naturais [Hz] do modelo numérico inicial	Frequências naturais de referência [Hz]
91,70	95,70
135,54	140,54
189,26	194,26
214,02	219,02
290,98	295,98
386,55	391,55
443,08	448,08
459,46	464,46
694,63	699,63
710,98	715,98
747,95	752,95
860,23	865,23
898,70	903,70
1102,83	1107,83
1196,24	1201,24

Tabela 2 (Cont.): aumento dos valores das frequências naturais de referência.

Frequências naturais [Hz] do modelo numérico inicial	Frequências naturais de referência [Hz]
1217,09	1222,09
1507,02	1512,02
1528,41	1533,41
1595,04	1600,04
1819,62	1824,62

5.1. Modos de vibração e frequências naturais

Os modos de vibração e respectivas frequências naturais são resultados da análise modal efectuada aos modelos numéricos, podendo fazer-se previamente à optimização uma comparação das frequências naturais entre os modelos numéricos para averiguar a influências das alterações geométricas efectuadas ao modelo numérico inicial. Esta comparação é feita em função da representação gráfica dos modos de vibração, para os seis primeiros modos de vibração do modelo numérico inicial, 1 e 2, tabela 3.

Tabela 3: Comparação das frequências naturais [Hz].

Modos de Vibração	Modelo numérico o inicial	Modelo numérico o 1	Modelo numérico o 2
1º Modo	91,70	91,59	91,64
2º Modo	135,54	135,49	135,57
3º Modo	189,27	189,38	189,42
4º Modo	214,08	216,44	217,06
5º Modo	290,98	299,16	300,80
6º Modo	386,55	387,94	388,22

A tabela 4 apresenta os valores das frequências naturais para os cinco primeiros modos de vibração dos modelos numéricos 3, 4 e 5.

Tabela 4: Comparação das frequências naturais [Hz].

Modos de Vibração	Modelo numérico o 3	Modelo numérico o 4	Modelo numérico o 5
1º Modo	91,66	91,55	91,51
2º Modo	131,00	130,97	130,97
3º Modo	215,41	217,83	218,03
4º Modo	290,15	297,56	298,49
5º Modo	381,47	383,43	383,74

Por comparação das duas tabelas apresentadas verifica-se que as alterações efectuadas não apresentaram resultados de grande relevância, destacando o facto de os dois primeiros modos de vibração as frequências sofrerem variações insignificantes. De realçar o facto de todas as frequências naturais, nos diferentes modelos numéricos, apresentarem valores próximos para os respectivos modos de vibração, quando comparados com os valores do modelo numérico inicial, não havendo correspondência a partir do 3º modos de vibração da tabela 3 com a tabela 4, isto deve-se ao facto do 3º modo de vibração ser um modo de vibração localizado na tira de material removida, figura 12.

A tabela 5, apresenta a comparação entre os modelos numéricos inicial, 6 e 7, para avaliar a influência da nervura.

Tabela 5: Comparação das frequências naturais [Hz].

Modos de Vibração do modelo numérico inicial	Modelo numérico o inicial	Modelo numérico o 6	Modelo numérico o 7
1º Modo	91,70	95,83	95,87
2º Modo	135,54	134,81	130,07
3º Modo	189,27	189,98	----
4º Modo	214,08	215,43	219,70
5º Modo	290,98	293,22	301,01
6º Modo	386,55	386,51	383,74

A aplicação da nervura influencia significativamente o primeiro modo de vibração, notando-se um comportamento dinâmico à flexão, figura 10. Sendo de destacar também mas pela negativa o segundo modo de vibração no modelo numérico 7 cuja frequência natural sofre uma redução destacável, correspondendo a um comportamento dinâmico à torção, figura 11. O corte da tira de material reduz a rigidez do modelo numérico nesse comportamento dinâmico.

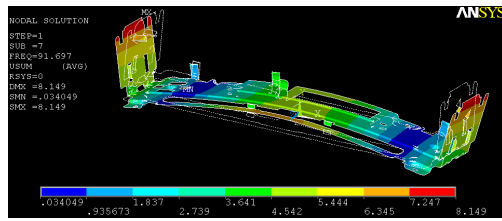


Figura 10: 1º modo de vibração do modelo numérico inicial

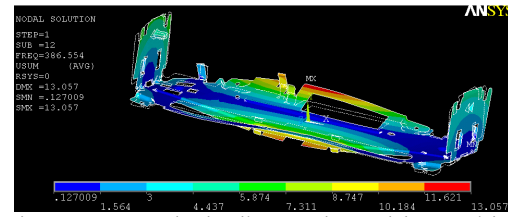


Figura 15: 6º modo de vibração do modelo numérico inicial

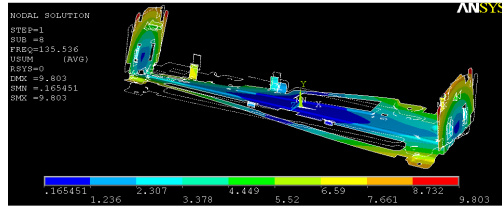


Figura 11: 2º modo de vibração do modelo numérico inicial

O 3º modo de vibração como já referido não tem correspondência em todos os modelos numéricos, pois é um modo de vibração localizado na tira de material removida, figura 12, o mesmo acontece com outros modos de vibração com frequência natural de valores superiores.

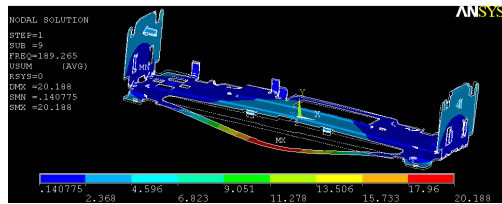


Figura 12: 3º modo de vibração do modelo numérico inicial

Os 4º, 5º e 6º modos de vibração são apresentados nas figuras 13, 14 e 15, respectivamente, não apresentando pontos de relevo a destacar. São modos de vibração com deformações distribuídas pela superfície geral do modelo numérico.

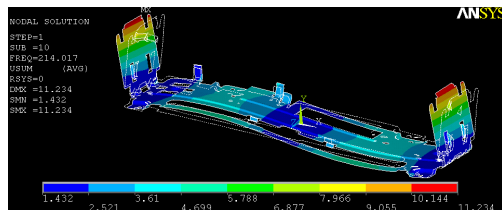


Figura 13: 4º modo de vibração do modelo numérico inicial

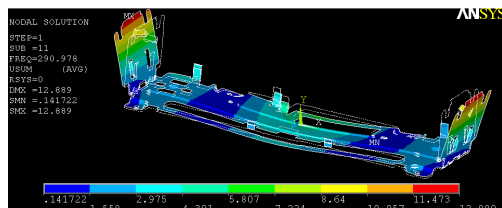


Figura 14: 5º modo de vibração do modelo numérico inicial

5.2. Aplicação do melhoramento aos modelos numéricos

A optimização dos modelos numéricos processa-se por alterações sucessivas dos parâmetros variáveis de cada modelo numérico dentro dos limites estabelecidos até encontrar um valor óptimo correspondente ao mínimo da função objectivo implementada.

A tabela 6 apresenta a comparação de dados atribuídos aos parâmetros variáveis e dos resultados alcançados na optimização dos modelos numéricos inicial e 1. Comparando as frequências naturais de referência (ω_{ref}), iniciais (ω_{ini}) e finais (ω_{fin}).

Tabela 6: Comparação dos resultados de optimização.

		Modelo numérico Inicial		Modelo numérico 1	
Espessura [mm]	Lim. inf.	0,64		0,64	
	V. ini.	0,80		0,80	
	Lim. Sup.	0,88		0,88	
V. mín. da f. objectivo		16,64666		16,67347	
V. ópt. da Esp. [mm]		0,80999		0,80061	
ω_{ref}		ω_{ini}	ω_{fin}	ω_{ini}	ω_{fin}
95,7		91,7	92,3	91,6	91,6
140,5		135,5	137,1	135,5	135,6
219,0		214,0	216,0	216,4	216,6
296,0		291,0	293,9	299,2	299,3
391,6		386,6	390,8	387,9	388,2
448,1		443,1	447,9	450,0	450,3
464,5		459,5	464,3	463,8	464,1
699,6		694,6	701,8	698,0	698,4
716,0		711,0	718,2	716,3	716,7
753,0		748,0	756,2	752,7	753,2
865,2		860,2	870,2	863,7	864,3
903,7		898,7	909,1	900,9	901,6
1107,8		1102,8	1113,5	1106,1	1106,8

Tabela 6 (Cont.): Comparação dos resultados de optimização.

		Modelo numérico Inicial		Modelo numérico 1	
		1201,2	1196,2	1209,0	1199,0
		1222,1	1217,1	1230,0	1219,7
		1533,4	1528,4	1544,5	1529,5
		1600,0	1595,0	1611,2	1598,0
		1824,6	1819,6	1837,0	1825,9
Massa [g]	V. ini.	59,2		59,4	
	V. fin.	60,0		59,6	

A tabela 7 apresenta os dados introduzidos e os resultados alcançados na optimização do modelo numérico 2.

Tabela 7: Comparação dos resultados de optimização.

			Modelo numérico 2	
Parâmetros Variáveis	Espessura [mm]	Lim. inf	0,64	
		V. ini.	0,80	
		Lim. Sup.	0,88	
V. mín. da f. objectivo			15,87400	
V. ópt. da Espessura [mm]			0,80061	
ω_{ref}			ω_{ini}	ω_{fin}
95,7			91,6	91,7
140,5			135,6	135,7
219,0			217,1	217,2
296,0			300,8	301,0
391,6			388,2	388,5
448,1			451,0	451,3
464,5			465,1	465,4
699,6			698,4	698,8
716,0			717,2	717,7
753,0			753,4	753,9
865,2			862,7	863,3
903,7			900,0	900,7
1107,8			1107,0	1107,7
1201,2			1199,4	1200,1
1222,1			1220,0	1220,8

Tabela 7 (Cont.): Comparação dos resultados de optimização.

			Modelo numérico 2	
ω_{ref}			ω_{ini}	ω_{fin}
1533,4			1529,8	1530,8
1600,0			1599,1	1600,1
1824,6			1826,6	1827,6

Massa [g]	V. ini.	59,5
	V. fin.	59,6

Se se proceder a uma comparação directa entre os resultados das três optimizações, conclui-se que a optimização não produziu grande melhoria. Os valores de espessura pouco ou nada modificaram conferindo pouco efeito no melhoramento do comportamento dinâmico. O mesmo se reflecte na massa do componente. Estes valores poderiam por qualquer anomalia no algoritmo serem resultados errados, mas a representação gráfica da correlação dos modos de vibração (MAC afectada da ASMAC, onde a cor escura representa uma boa correlação) e das frequências naturais (onda a cor clara representa uma boa correlação entre frequências naturais) comprova o bom emparelhamento entre os modelos numéricos iniciais, 1 e 2 e o de referência, figura 16, 17 e 18, respectivamente.

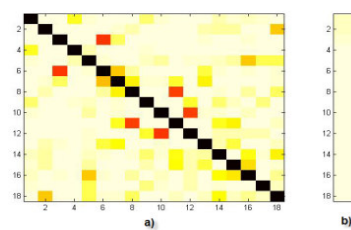


Figura 16: Representação gráfica da matriz: a) MAC afectada da ASMAC e b) frequências naturais, para o modelo numérico inicial.

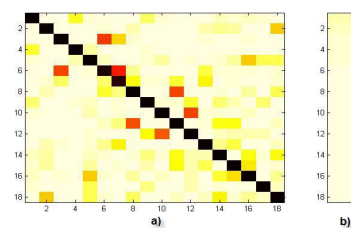


Figura 17: Representação gráfica da matriz: a) MAC afectada da ASMAC e b) frequências naturais, para o modelo numérico 1.

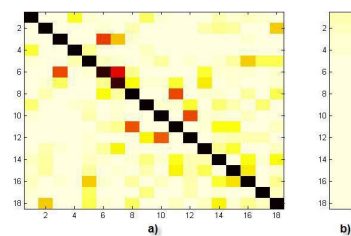


Figura 18: Representação gráfica da matriz: a) MAC afectada da ASMAC e b) frequências naturais, para o modelo numérico 2.

A tabela 8 apresenta a comparação de dados introduzidos e dos resultados alcançados na optimização dos modelos numéricos 3 e 4.

Tabela 8: Comparação dos resultados de optimização.

		Modelo numérico 3	Modelo numérico 4
Espessura [mm]	Lim. inf.	0,64	0,64
	V. ini.	0,80	0,80
	Lim. Sup.	0,88	0,88
V. mín. da f. objectivo		15,15867	16,89991
V. ópt. da Esp. [mm]		0,81999	0,80631
ω_{ref}		ω_{ini}	ω_{fin}
95,7		91,7	92,9
140,5		131,0	134,1
219,0		215,4	219,1
296,0		290,2	295,9
391,6		381,5	389,9
448,1		454,7	463,8
464,5		641,1	654,7
699,6		860,9	881,0
716,0		822,9	841,2
753,0		735,8	750,0
865,2		1071,9	1094,2
903,7		1129,8	1150,5
1107,8		1347,1	1375,9
1201,2		1490,6	1520,4
1222,1		1553,6	1586,4
1533,4		1606,1	1639,1
1600,0		1875,5	1911,5
1824,6		2604,8	2154,5
Massa [g]	V. ini.	54,5	54,9
	V. fin.	56,0	55,2

A tabela 9 apresenta os dados introduzidos e os resultados alcançados na optimização do modelo numérico 5.

Tabela 9: Comparação dos resultados de optimização.

		Modelo numérico 5
Espessura [mm]	Lim. inf.	0,64
	V. ini.	0,80
	Lim.	0,88

	Sup.	
V. mín. da f. objectivo		16,89124
V. ópt. da Espessura [mm]		0,80999
ω_{ref}	ω_{ini}	ω_{fin}
95,7	91,5	92,1
140,5	130,9	132,4

Tabela 9 (Cont.): Comparação dos resultados de optimização.

		Modelo numérico 5
ω_{ref}	ω_{ini}	ω_{fin}
219,0	218,0	219,9
296,0	298,4	301,4
391,6	383,7	388,0
448,1	465,3	469,9
464,5	647,8	654,5
699,6	864,6	874,6
716,0	829,8	839,0
753,0	744,3	751,6
865,2	1075,1	1086,2
903,7	1136,4	1146,9
1107,8	1348,7	1363,1
1201,2	1491,7	1506,5
1222,1	1555,2	1571,7
1533,4	1610,9	1627,5
1600,0	1882,9	1900,9
1824,6	2604,7	2136,2
Massa [g]	V. ini.	54,9
	V. fin.	55,6

A comparação de resultados dos modelos numéricos 3, 4 e 5, permite determinar que optimização destes modelos não apresenta melhorias significativas quanto ao comportamento dinâmico. Através da representação gráfica, figuras 19, 20 e 21, deduz-se que existe uma boa correlação para os seis primeiros modos de vibração, tanto a nível da matriz MAC afectada do ASMAC, como com as frequências naturais. A partir do sexto modo de vibração a correlação não acontece correctamente devido ao desaparecimento de modos de vibração localizados na tira de material removido.

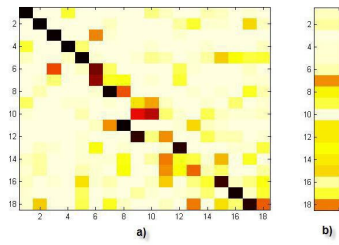


Figura 19: Representação gráfica da matriz: a) MAC afectada da ASMAC e b) frequências naturais, para o modelo numérico 3.

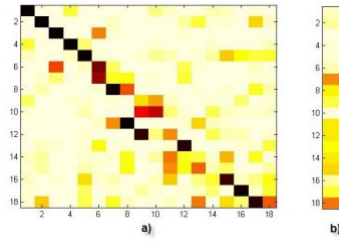


Figura 20: Representação gráfica da matriz: a) MAC afectada da ASMAC e b) frequências naturais, para o modelo numérico 4.

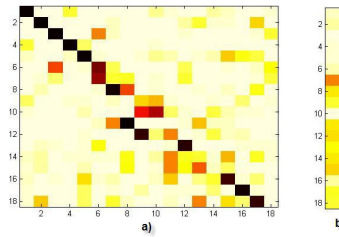


Figura 21: Representação gráfica da matriz: a) MAC afectada da ASMAC e b) frequências naturais, para o modelo numérico 5.

A tabela 10 apresenta a comparação de dados introduzidos e dos resultados alcançados na optimização dos modelos numéricos 6 e 7.

Tabela 10: Comparação dos resultados de optimização.

		Modelo numérico 6		Modelo numérico 7	
Espessura [mm]	Lim. inf.	0,64		0,64	
	V. ini.	0,80		0,80	
	Lim. Sup.	0,88		0,88	
V. mín.da f. objectivo		15,15771		17,05019	
V. ópt da Esp. [mm]		0,80249		0,79998	
ω_{ref}		ω_{ini}	ω_{ini}	ω_{ini}	ω_{fin}
95,7		95,8	96,0	95,9	95,9
140,5		134,8	135,2	130,1	130,1

	219,0	215,4	215,9	219,7	219,7
	296,0	293,2	293,9	301,0	301,0
	391,6	386,5	387,6	383,2	383,2
	448,1	444,4	445,6	469,9	469,9
	464,5	462,7	463,9	646,5	646,5
	699,6	694,8	696,6	864,4	864,4
	716,0	714,9	716,7	831,6	831,6
	753,0	749,7	751,7	751,0	751,0
	865,2	860,1	862,6	1073,6	1073,5
	903,7	899,8	902,4	1152,5	1152,5
	1107,8	1114,6	1117,3	1348,5	1348,5
	1201,2	1198,5	1201,6	1550,6	1550,6
	1222,1	1218,2	1221,4	1616,2	1616,2
	1533,4	1525,6	1529,6	1893,9	1893,9
	1600,0	1602,2	1606,3	2118,3	2118,3
	1824,6	1828,9	1833,2	2589,5	2589,5
Massa [g]	V. ini.	59,6		55,2	
	V. fin	59,7		55,2	

A optimização dos modelos numéricos 6 e 7 onde foi criada a nervura, têm uma melhoria significativa, como já tinha sido provado pela comparação das frequências em 4.1; mas quanto à optimização, por comparação dos valores das frequências naturais iniciais e finais a variação é mínima. Existe uma boa correlação dos modos de vibração e das frequências naturais, ocorrendo uma boa correlação para o modelo numérico 6, figura 22, mas no modelo numérico 7 acontece a mesma situação que o ocorrido nos modelos numérico onde foi removida a tira de material, figura 23.

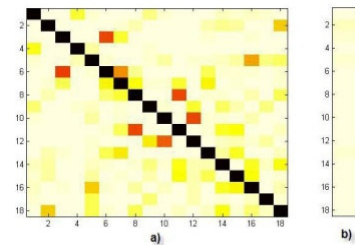


Figura 22: Representação gráfica da matriz: a) MAC afectada da ASMAC e b) frequências naturais, para o modelo numérico 6.

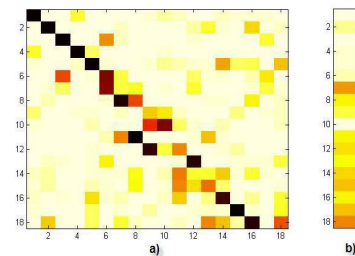


Figura 23: Representação gráfica da matriz: a) MAC afectada da ASMAC e b) frequências naturais, para o modelo numérico 7.

O melhoramento dos modelos numéricos sem a tira de material na parte superior da ranhura para o CD, fica um pouco comprometido, porque a remoção dessa tira de material elimina alguns modos de vibração. No entanto, não deixa de ter importância a correlação entre modelos, pois existe sempre uma boa correlação entre os seis primeiros modos de vibração e respectivas frequências. Estes primeiros modos de vibração são os mais importantes para o estudo do comportamento dinâmico, quando o componente estrutural é sujeito excitações ou cargas por acções externas, os modos de vibração de mais baixa frequência são os mais intervenientes no bom desempenho do componente. Por estas razões este modelo numérico, 7, é submetido a optimização com parâmetros variáveis aplicados no dimensionamento da nervura. As coordenadas geométricas da nervura são parametrizadas, no sentido negativo e positivo a fim de evitar dimensões impossíveis.

Na tabela 11 estão identificados os parâmetros a variar na geometria da nervura assim como valores e limites a aplicar no modelo numérico 7. Os parâmetros LGA e LG são as variáveis no sentido negativo e positivo da nervura em relação ao referencial cartesiano, respectivamente, os valores são apresentados em milímetros.

Tabela 11: Parâmetros geométricos da nervura a variar.

Parâmetros Variáveis	V7.1		V7.2	
	LG	LGA	LG	LGA
Lim. inf	28,0	28,0	35,0	35,0
Valor ini.	40,0		50,0	
Lim. Sup.	48,0	56,0	50,0	60,0

Os valores dos parâmetros na geometria da nervura são aplicados na abcissa de cada ponto geométrico. Aplicando o optimizador aos modelos numéricos com nervura parametrizada, obtemos os resultados mostrados na tabela 12:

Tabela 12: Comparação dos resultados de optimização.

		Modelo numérico V7.1	Modelo numérico V7.2
Espessura [mm]	Lim. inf	0,64	0,64
	V. ini.	0,80	0,80
	Lim. Sup.	0,88	0,88
V. mín. da f. objectivo		16,72083	16,23228
V. ópt. da Esp. [mm]		0,80000	0,80000

V. ópt de LGA[mm]		40,0		50,0	
V. ópt de LG[mm]		30,0		40,0	
ω_{ref}	ω_{ini}	ω_{ini}	ω_{ini}	ω_{fin}	ω_{fin}
95,7	97,3	97,3	98,2	98,2	98,2
140,5	129,8	129,8	129,8	129,8	129,8
219,0	222,3	222,3	225,2	225,2	225,2
296,0	301,0	301,0	301,6	301,6	301,6
391,6	383,4	383,4	383,4	383,4	383,4
448,1	474,6	474,6	476,5	476,5	476,5
464,5	647,4	647,4	648,1	648,1	648,1
699,6	864,4	864,4	864,5	864,5	864,5
716,0	832,8	832,8	835,3	835,3	835,3
753,0	753,4	753,4	758,5	758,5	758,5
865,2	1072,7	1072,7	1072,1	1072,1	1072,1
903,7	1152,9	1152,9	1154,8	1154,8	1154,8
1107,8	1349,0	1349,0	1345,8	1345,8	1345,8
1201,2	1544,2	1544,2	1540,2	1540,2	1540,2
1222,1	1626,3	1626,2	1629,3	1629,3	1629,3
1533,4	1891,0	1891,0	1891,6	1891,6	1891,6
1600,0	2119,4	2119,3	2123,8	2123,8	2123,8
1824,6	2579,7	2579,7	2568,9	2568,9	2568,9
Massa [g]	V. ini.	55,3		55,4	
	V. fin.	55,3		55,4	

Por comparação dos resultados das frequências naturais destes dois modelos, a optimização confirma os resultados já apresentados noutros modelos numéricos. A optimização empregue nos modelos numéricos determina que o óptimo de cada parâmetro é ou aproxima-se dos valores inicialmente impostos. Para complementar os resultados das frequências naturais, a representação gráfica das matrizes MAC afectada da ASMAC e, das frequências naturais resultante da optimização aplicada aos modelos numéricos V7.1 e V7.2, são mostrados nas figura 24 e 25, respectivamente.

A representação gráfica das matrizes de correlação tanto para os modos de vibração, como das frequências naturais para os dois modelos numéricos anunciados, pode-se afirmar que são iguais, visto os modelos numéricos serem desenvolvidos a partir do mesmo modelo e a variação dos parâmetros não ser de grande relevância quando comparada com os valores iniciais.

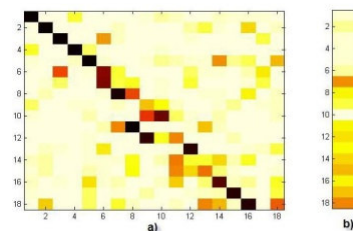


Figura 24: Representação gráfica da matriz: a) MAC afectada da ASMAC e b) frequências naturais, para o modelo numérico V7.1.

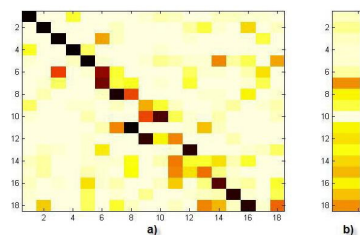


Figura 25: Representação gráfica da matriz: a) MAC afectada da ASMAC e b) frequências naturais, para o modelo numérico V7.2.

A optimização dos modelos numéricos obtida foi conclusiva quanto aos resultados apresentados, mas não apresenta resultados conforme o esperado. Desta forma, partindo dos resultados apresentados na tabela 12, com o aumento do comprimento da nervura obtém-se um aumento significativo na frequência natural do primeiro modo de vibração. Isto acontece nos dois modelos numéricos, quando a frequência é comparada com o respectivo valor de referência e quando comparada entre os modelos numéricos esse aumento também se reflecte. Com base nestes dados foi criado um modelo numérico utilizando o modelo numérico 7, e aplicados valores máximos ao comprimento da nervura, evitando acontecimentos geométricos impossíveis, tabela 13.

Tabela 13: Parâmetros geométricos da nervura máximos.

Valor LGA máximo [mm]	57,428560
Valor LG máximo [mm]	50,928070

O novo modelo numérico foi submetido a análise modal no *software* ANSYS para obtenção das frequências naturais e das respectivas massas de cada modelo, com diferentes espessuras. Na Tabela 14 apresentam-se os resultados referentes às frequências naturais dos primeiros modos de vibração.

Tabela 14: Resultados dos ensaios.

Valor da Esp. [mm]	Modelos Numéricos		
	0,80	0,75	0,70
ω_{ref} [Hz]	ω_{80} [Hz]	ω_{75} [Hz]	ω_{70} [Hz]
95,7	98,6	95,8	93,2
140,5	129,9	122,4	114,89
219,0	226,9	217,5	208,11
296,0	302,5	287,70	272,81
391,6	383,12	362,25	341,32
448,1	476,89	453,70	430,31
Valor da Massa [g]	55,6	52,0	48,5

6. Conclusão

O algoritmo desenvolvido [1] para *updating* de modelos numéricos com a finalidade de optimização do comportamento dinâmico em componentes ou estruturas, apresenta bons resultados. Todos os resultados alcançados neste estudo aproximam-se dos valores de referência, estando os resultados em coerência com a finalidade do optimizador. No entanto o resultado da aplicação do algoritmo ao componente estrutural revelou-se aquém das expectativas para frequências acima do sexto modo de vibração.

A coerência dos resultados deve-se ao facto do modelo de referência e os restantes modelos numéricos criados terem origem no modelo numérico inicial do componente estrutural, sendo perfeitamente credíveis os resultados finais das variáveis aplicadas, pois esses resultados são iguais ou muito próximos aos valores iniciais. Por exemplo, o parâmetro de variação da espessura obtém sempre resultados próximos do valor inicial. Conclui-se que o algoritmo apresenta bons resultados para optimização do comportamento dinâmico.

O objectivo do problema é melhorar o comportamento dinâmico do componente quando solicitado e se possível reduzir a massa, desta forma e como o optimizador não foi capaz de encontrar um óptimo melhor que o modelo de referência, a obtenção de resultados para cumprir com os objectivos pretendidos passou por alterar a geometria inicial, no sentido de melhor o seu comportamento dinâmico e reduzir a massa. Com esta metodologia foi possível obter resultados conforme os mostrados na tabela 14. Conclui-se que o comportamento dinâmico do componente foi melhorado, aplicando uma nervura à geometria e reduzida a sua massa por intervenção na sua espessura.

7. Referências

- [1] JFB Meireles, “Análise Dinâmica de Estruturas por Modelos de Elementos Finitos Identificados Experimentalmente”, Tese de doutoramento em Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães, Portugal, 2007.
- [2] MI Friswell, JE Mottershead, *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publishers, University of Wales Swansea, Swansea, United Kingdom, 1995.
- [3] MDM Dourado, “Desenvolvimento de Modelos de Elementos Finitos Reduzidos de Estruturas para Aplicação a Modelos de Veículos Automóveis”, Tese de Mestrado, Escola Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães, Portugal, Novembro de 2009.
- [4] J He, Z Fu, “Modal Analysis”, Butterworth-Heinemann, Oxford, United Kingdom, 2001.
- [5] AG Piersol, TL Paez, *Harri's Shock and Vibration Handbook*, Edition 6, McGraw-Hill Companies, E.U.A., 2010.

- [6] J He, "Identification of Structural Dynamics Characteristics", PhD Thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, England, 1987.
- [7] RM Lin, "Identification of the Dynamic Characteristics of Non-linear Structures", PhD Thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, 1991.
- [8] AM Kabé, "Stiffness Matrix Adjustment using Mode Data", *ALAA Journal*, 23(9), pp. 1431-1436, 1987.
- [9] SW Smith, CA Beattie, "Secant-Method Adjustment for Structural Models", *ALAA Journal*, 29(1), pp. 119-126, 1991.
- [10] JD Collins, GC Hart, TK Hasselman, B Kennedy, "Statistical identification of structures", *ALAA Journal*, 12, pp. 185-190, 1974.
- [11] JC Chen, J Garba, "Analytical model improvement using modal test results", *ALAA Journal*, 18, pp. 684-690, 1980.
- [12] RM Lin, MK Lim, H Du, "Improved inverse eigensensitivity method for structural analytical model updating", *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 117, pp. 192-198, 1995.
- [13] S Zivanovic, A Pavic, P Reynolds, "Finite element modelling and updating of a lively footbridge: The complete process", *Journal of Sound and Vibration*, 301, pp.126-145, 2007.
- [14] JR Wu, QS Li, "Structural parameter identification and damage detection for a steel structure using a two-stage finite element model updating method", *Journal of Constructional Steel Research*, 62, pp. 231-239, 2006.
- [15] DJ Ewins, *Modal Testing: Theory and Practice, Second Edition*, Research Studies Press Ltd., Hertfordshire, England, 2000.
- [16] SV Modak, TK Kundra, BC Nakra, "Model updating using constrained optimization", *Mechanics Research Communications*, 27, pp. 543-551, 2000.
- [17] RI Levin, NAJ Lieven, "Dynamic finite element model updating using simulated annealing and genetic algorithm", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 12, 91-120, 1998.
- [18] DC Zimmerman, K Yap, T Hasselman, "Evolutionary approach for model refinement", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 13, pp. 609-625, 1999.
- [19] X Liu, W Yi, Q Li, P Shen, "Genetic evolutionary structural optimization", *Journal of Construction Steel Research*, 64, pp.305-311, 2008.
- [20] X Zhang, H Ding, "Design optimization for dynamic response of vibration mechanical system with uncertain parameters using convex model", *Journal of Sound and Vibration*, 318, pp. 406-415, 2008.
- [21] B Jaishi, W Ren, "Finite element model updating based on eigenvalue and strain energy residuals using multiobjective optimization technique", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21, pp. 2295-2317, 2007.
- [22] K Christodoulou, E Ntotsios, C Papadimitriou, P Panetsos, "Structural model updating and prediction variability using Pareto optimal models", Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Thessaly, Volos, Greece, pp. 138-149, 2008.
- [23] RJ Allemang, DL Brown, "A Correlation Coefficient For Modal Vector Analysis", *Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference (IMAC I)*, Orlando, Florida, 1982.
- [24] Ansys Structural Analysis Guide, Ansys Release 9.0, E.U.A, 2004.